MATEMATICA

3ª Liceo Scientifico

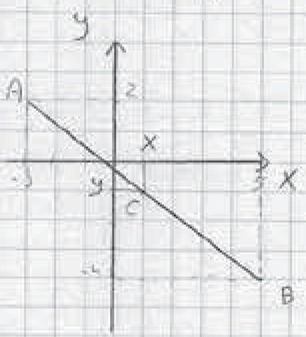
Pratica

1

Es n: 16 pag 608 abcde calcolare le coordinate del punto di mezzo del segmento determinato dalle coppie seguenti

a:

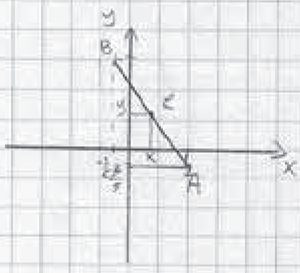
$A(-3,2) \quad B(5,-4)$



$$\begin{cases} x = \frac{5-3}{2} \\ y = \frac{2-4}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = -1 \end{cases} \quad C(1,-1)$$

b:

$A\left(2, -\frac{3}{5}\right) \quad B\left(-\frac{1}{2}, 3\right)$



$$\begin{cases} x = \frac{2-\frac{1}{2}}{2} \\ y = \frac{3-\frac{3}{5}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\frac{4-1}{2}}{2} \\ y = \frac{\frac{15-3}{5}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ y = \frac{12}{5} \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3}{4} \\ y = \frac{6}{5} \end{cases} \quad C\left(\frac{3}{4}, \frac{6}{5}\right)$$

c:

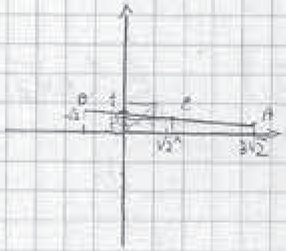
$A\left(\frac{1}{2}, 5\right) \quad B\left(3, \frac{2}{3}\right)$

$$\begin{cases} x = \frac{\frac{1}{2}+3}{2} \\ y = \frac{5+\frac{2}{3}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\frac{1+6}{2}}{2} \\ y = \frac{\frac{15+2}{3}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{\frac{7}{2}}{2} \\ y = \frac{\frac{17}{3}}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{2} \\ y = \frac{17}{3} \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{7}{4} \\ y = \frac{17}{6} \end{cases} \quad C\left(\frac{7}{4}, \frac{17}{6}\right)$$

d:

$A\left(3\sqrt{2}, \frac{1}{4}\right) \quad B\left(-\sqrt{2}, \frac{3}{2}\right)$



$$\begin{cases} x = \frac{3\sqrt{2}-\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{\frac{1}{4}+\frac{3}{2}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \frac{\frac{1+6}{4}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \frac{7}{4} \cdot \frac{1}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \sqrt{2} \\ y = \frac{7}{8} \end{cases} \quad C\left(\sqrt{2}, \frac{7}{8}\right)$$

e:

$A(\sqrt{7}, -2) \quad B(1-\sqrt{7}, 4)$

$$\begin{cases} x = \frac{\sqrt{7}+1-\sqrt{7}}{2} \\ y = \frac{4-2}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ y = 1 \end{cases} \quad C\left(\frac{1}{2}, 1\right)$$

$x^2-3<0$

$(x+3)(x-3)$

$-3<x<3$

-3 e $+3$ sono gli zeri del polinomio x^2-9.

$-x^2+5x<0$

$x^2-5x>0$

$x=0$

$x=5$

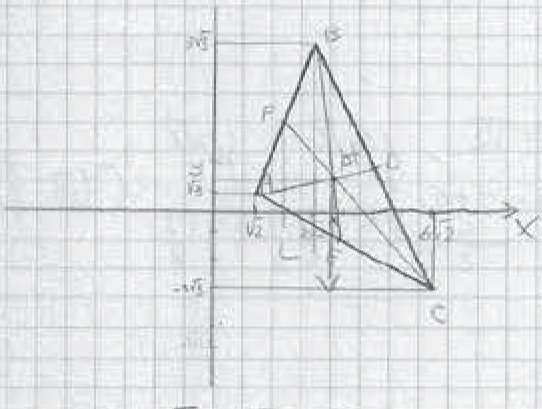
$x<0$ et $x>5$

$\exists$ significa "esiste"

Es n: 17 pag 608 a.b. calcolare le coordinate del baricentro del triangolo ABC.

b:

$A(\sqrt{2}, \sqrt{3})$, $B(2\sqrt{2}, 5\sqrt{3})$ $C(6\sqrt{2}, -3\sqrt{3})$

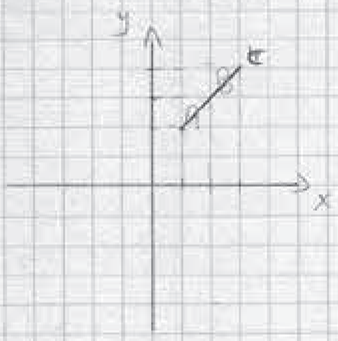


$\overline{MC}:\overline{LD} = \overline{MH}:\overline{LV}$

$$\begin{cases} x = \dfrac{\sqrt{2}+2\sqrt{2}+6\sqrt{2}}{3} \\ y = \dfrac{\sqrt{3}+5\sqrt{3}-3\sqrt{3}}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \dfrac{9\sqrt{3}}{3} \\ y = \dfrac{3\sqrt{3}}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 3\sqrt{3} \\ y = \sqrt{3} \end{cases} \quad P(3\sqrt{3}, \sqrt{3})$$

d:

$A(1,2)\ B(2,3)\ C(3,4)$



$$\begin{cases} x = \frac{1+2+3}{3} \\ y = \frac{2+3+4}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{6}{3} \\ y = \frac{9}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \quad P(2,3)$$

Es n: 16 pag 563.

$3x^2 < 4x + 7$

$3x^2 - 4x - 7 < 0$

$$x = \frac{4 \pm \sqrt{16+84}}{6} = \frac{4 \pm 10}{6} \begin{matrix} \nearrow x_1 = -1 \\ \searrow x_2 = \frac{7}{3} \end{matrix}$$

$f(x) < 0 \Rightarrow -1 < x < \frac{7}{3}$

Es n: 24 pag 563

$(3x-2)^2 + 3 < 5x - (2x-1)^2$

$9x^2 - 12x + 4 + 3 - 5x + 4x^2 - 4x + 1 < 0$

$13x^2 - 21x + 8 < 0$

$$x = \frac{21 \pm \sqrt{441-416}}{26} = \frac{21 \pm 5}{26} \begin{matrix} \nearrow x_1 = \frac{8}{13} \\ \searrow x_2 = 1 \end{matrix}$$

$f(x) < 0 \Rightarrow \frac{8}{13} < x < 1$

Es n: 25 pag 563

$$\frac{x^2+4x}{6}+35>\frac{9x+36}{2}$$

$$x^2+4x+210-27x-108>0$$
$$x^2-23x+102>0$$

$$x=\frac{23\pm\sqrt{529-408}}{2}=\frac{23\pm11}{2}\quad x_1=6,\quad x_2=17$$

$$f(x)>0\Rightarrow x<0 \text{ et } x>17$$

Es n: 26 pag 563

$$\frac{x-1}{5}+\frac{1}{3}<\frac{x^2-5x+5}{6}$$

$$6x-6+10-5x^2+25x-30<0$$
$$-5x^2+31x-26<0$$

$$x=\frac{-31\pm\sqrt{961-520}}{-10}=\frac{-31\pm21}{-10}\quad x_1=\frac{\cancel{52}^{\,26}}{\cancel{10}_{\,5}}=\frac{26}{5},\quad x_2=1$$

$$f(x)<0\Rightarrow x<1 \text{ et } x>\frac{26}{5}$$

una equazione con 2 incognite ha infinite soluzioni disposte in coppie ordinate di numeri.

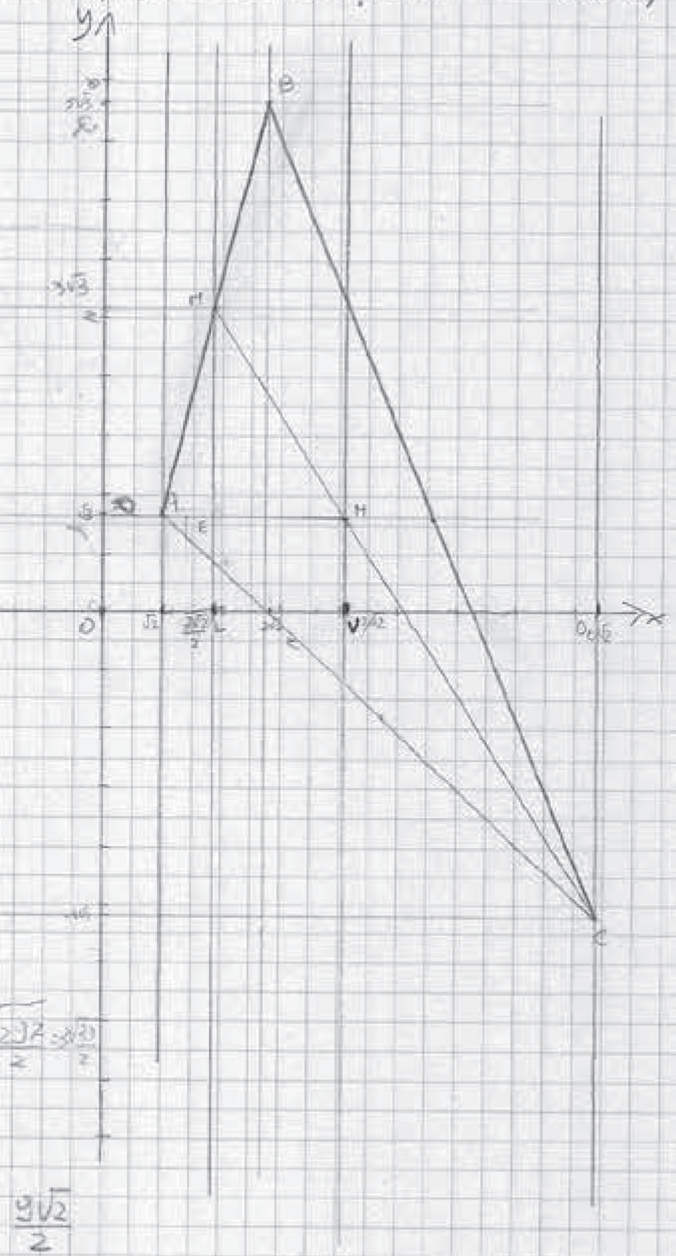
un polinomio si dice simmetrico quando ha un solo valore formale.

la retta è una curva di 1: ordine.
la parabola è una curva di 2: ordine.

Es n: 17 pag 608

b:

$A(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ $B(2\sqrt{2}, 5\sqrt{3})$ $C(6\sqrt{2}, -3\sqrt{3})$



$$M \begin{cases} x = \frac{\sqrt{2}+2\sqrt{2}}{2} \\ y = \frac{\sqrt{3}+5\sqrt{3}}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ y = 3\sqrt{3} \end{cases}$$

$$\overline{MC} = \sqrt{\left(\frac{3\sqrt{2}}{2} - 6\sqrt{2}\right)^2 + \left(3\sqrt{3} + 3\sqrt{3}\right)^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{21\sqrt{2}}{4} + 36\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{324}{4}} = \sqrt{\frac{292}{2} \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}$$

$\overline{MH} = 3$

$\overline{LO} = 6\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{12\sqrt{2} - 3\sqrt{2}}{2} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$

$\overline{MC} : \overline{LO} = \overline{MH} : \overline{LV}$

$9 : \frac{9\sqrt{2}}{2} = 3 : \overline{LV}$ $\quad \overline{LV} = \frac{\frac{9\sqrt{2}}{2} \cdot 3}{9} = \frac{27\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{9} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$

$\overline{OL} + \overline{LV} = \overline{OV} \rightarrow \frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{6\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$

$\overline{AB} = \sqrt{(2\sqrt{2}-\sqrt{2})^2 + (5\sqrt{3}-\sqrt{3})^2} = \sqrt{2+48} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$

$\overline{MA} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$

$\overline{HC} = 6$

$\overline{AC} = \sqrt{(6\sqrt{2}-\sqrt{2})^2 + (\sqrt{3}+3\sqrt{3})^2} = \sqrt{50+48} = \sqrt{98} = 7\sqrt{2}$

NO! (sbagliato)

4

1:) $y = +X+1$

2:) $y+2X = 10$

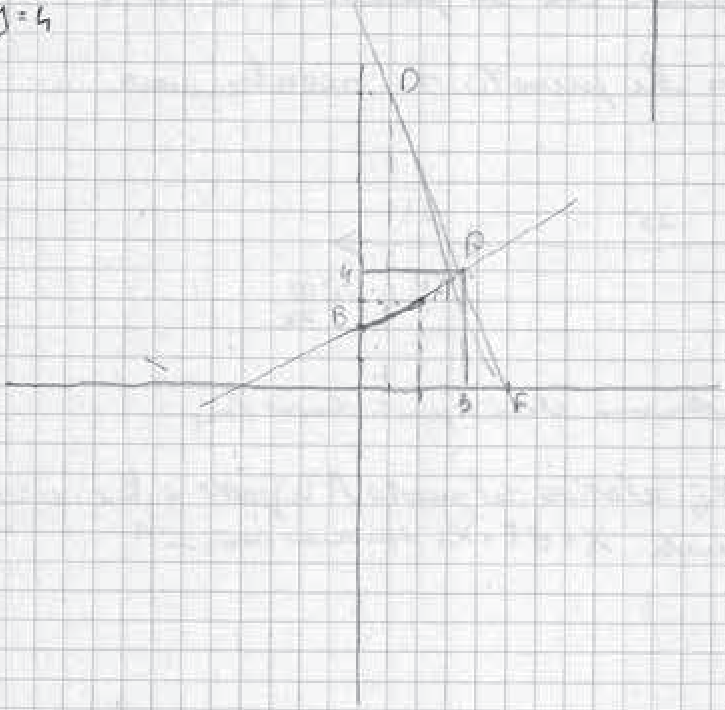
$P\begin{cases} x=3 \\ y=4 \end{cases}$

$y = x+1$

	x	y
A	2	3
B	0	1

$y = 10-2X$

	x	y
C	-1	12
D	1	8
E	0	10
F	5	0



$y = 2X-1$

	x	y
A	0	-1
	1	1

$2y-4X=6$

$2y = 6+4X$

$y = 3+2X$

x	y
0	3
1	5

$\begin{cases} y = 2X-1 \\ y = 2X+3 \end{cases}$

$2X-1 = 2X+3$

$-1 = 3$

Esercizio di Fisica:

Sono dati 2 punti che si muovono di velocità uniforme e che ~~senso~~ sono in procinto di scontrarsi. Le 2 velocità sono di $5 \frac{m}{sec}$ e $-2 \frac{m}{sec}$. Sapendo che un punto è a 10 e l'altro è a 31 calcolare in che punto si scontreranno.

$31 - 10 = 21\ m$ percorso complessivo che i 2 punti devono fare

$V = 5 - (-2) = 7 \frac{m}{sec}$ velocità relativa del punto A rispetto a B e viceversa

$x = Vt + x_0$ equazione oraria generale $\quad x = 5t + x_0$ equazione oraria di A

$\Delta t = \frac{\Delta}{\Delta t}$

$\Delta t = \frac{21}{7} = 3\ sec$

spazio di A $= \Delta A = 5 \cdot 3 = 15\ m$

$x = 15 + 10 = 25\ m$ ascissa del punto di scontro

oppure

$$\begin{cases} x = 5t + 10 & \text{equazione oraria del punto A} \\ x = -2t + 31 & \text{equazione oraria del punto B} \end{cases}$$

$5t + 10 = -2t + 31$

$7t = 21$

$t = 3\ sec$ (tempo che occorre prima che i punti si scontrino)

$x = 5t + 10 = 25$ ascissa del punto di incontro

$x = -2t + 31 = 25$ ascissa del punto di incontro

5

Determinare le coordinate del punto d'intersezione delle rette r e s disegnandone il grafico:

Es n: 24 pag 618

r) $x+y-2=0$

$y = 2-x$

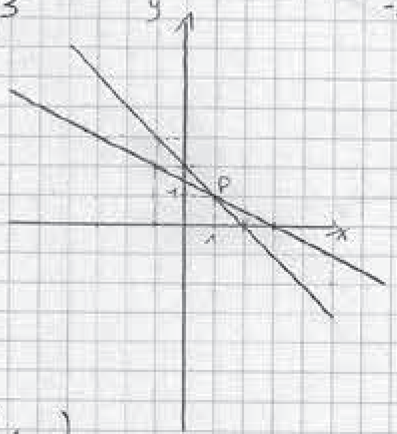
x	y
2	0
1	1
0	2
-1	3

s) $x+2y-3=0$

$y = \frac{3-x}{2}$

x	y
3	0
1	1
-1	2
-3	3

~~$x+y-2=0$~~
~~$x+2y-3=0$~~



P(1,1)

Es n: 25 pag 618

r) $x-y+2=0$

$y = x+2$

x	y
2	4
1	3
0	2
-1	1
-2	0

s) $3y-5x=0$

$y = \frac{5}{3}x$

x	y
0	0
3	5

P(3,5)

Es n: 26 pag 618

r) $2x - 5y + 3 = 0$

$y = \frac{2x+3}{5}$

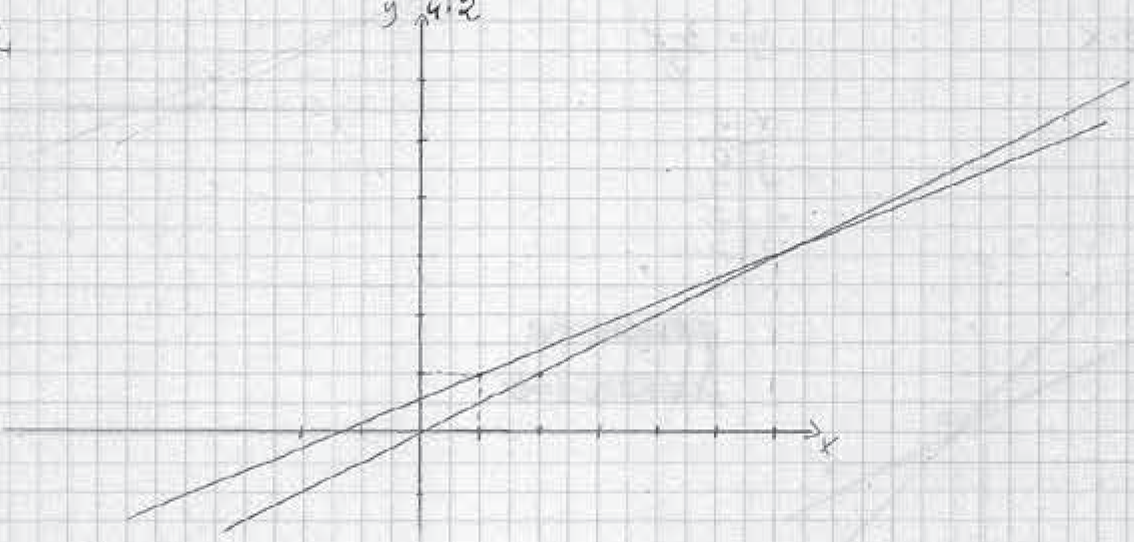
x	y
1	1
6	3

u

s) $x - 2y = 0$

$y = \frac{x}{2}$

x	y
2	1
0	0
4	2



P(6, 3)

Es n: 27 pag 618

r) $2x - y + 3 = 0$

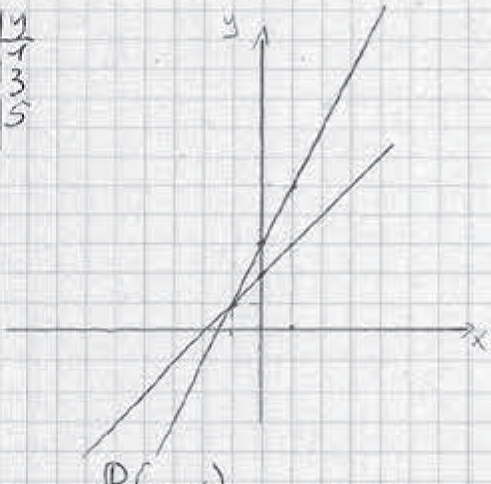
$y = 2x + 3$

x	y
-1	1
0	3
1	5

s) $x - y + 2 = 0$

$y = x + 2$

x	y
-1	1
0	2
1	3



P(-1, 1)

6 Es n: 28 pag 618:

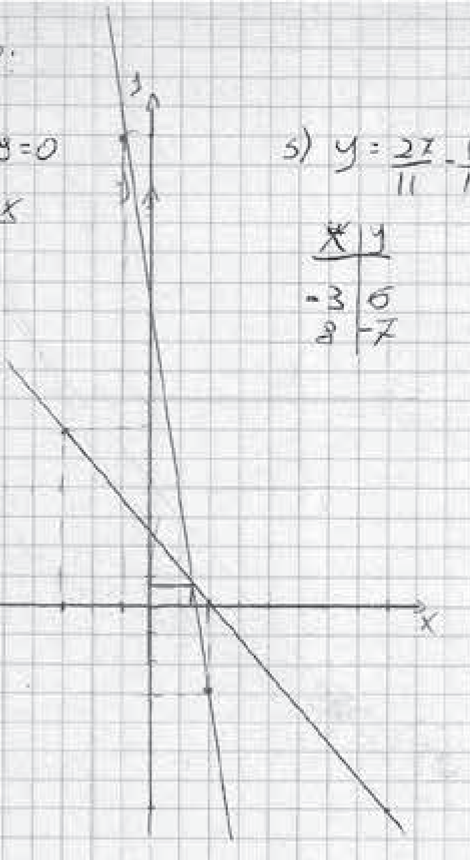
r) $19x+3y-29=0$

$y=\dfrac{29-19x}{3}$

x	y
2	-3
-1	16

s) $y=\dfrac{27}{11}-\dfrac{13}{11}x$

x	y
-3	6
8	-7



Es n: 24 pag 618

~~x+4y+2=0~~

~~x+2y~~

7 Es n: 14 pag 616 a. b. c. d. e. f. g. h. : scrivere l'equazione della retta passante per i due punti indicati:

a:

$A(-3,1) \quad B(2,-2)$

$y = mx+n$

$\begin{cases} -3m+n=1 & \text{condizione perché la retta passi per A} \\ 2m+n=-2 & \text{condizione perché la retta passi per B} \end{cases}$

$-5m = 3$

$m = -\frac{3}{5}$

$-\frac{6}{5}+n=-2$

$5n=-10+6$

$5n=-4$

$n=-\frac{4}{5}$

$y = -\frac{3}{5}x - \frac{4}{5}$

$3x+5y+4=0$

c:

$A(1, \frac{3}{5}) \quad B(\frac{1}{2}, \frac{2}{5})$

$y = mx+n$

$\begin{cases} m+n=\frac{3}{5} & \text{condizione perché la retta passi per A} \\ \frac{1}{2}m+n=\frac{2}{5} & \text{condizione perché la retta passi per B} \end{cases}$

$\begin{cases} 5m+5n=3 \\ 5m+10n=4 \end{cases}$

$5n=1$

$n=\frac{1}{5}$

$5m+1=3$

$5m=2$

$m=\frac{2}{5}$

$y=\frac{2}{5}x+\frac{1}{5}$

$2x-5y+1=0$

b:

$A(-1,2) \quad B(3,-1)$

$y=mx+n$

$\begin{cases} -m+n=2 & \text{condizione perché la retta passi per A} \\ 3m+n=-1 & \text{condizione perché la retta passi per B} \end{cases}$

$4m=-3$

$m=-\frac{3}{4}$

$\frac{3}{4}+n=2$

$3+4n=8$

$4n=5$

$n=\frac{5}{4}$

$y=-\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$

$3x+4y-5=0$

d:

$A(0, -\frac{3}{4}) \quad B(\frac{1}{2}, \frac{1}{4})$

$y=mx+n$

$\begin{cases} n=-\frac{3}{4} & \text{condizione perché la retta passi per A} \\ \frac{1}{2}m+n=\frac{1}{4} & \text{condizione perché la retta passi per B} \end{cases}$

$\begin{cases} n=-\frac{3}{4} \\ \frac{1}{2}m-\frac{3}{4}=\frac{1}{4} \end{cases}$

$\begin{cases} n=-\frac{3}{4} \\ 2m-3=1 \end{cases}$

$\begin{cases} n=-\frac{3}{4} \\ m=+2 \end{cases}$

$y=2x-\frac{3}{4}$

$8x-4y-3=0$

e:

$A\left(\frac{1}{3}, 2\right) \quad B\left(-2, -\frac{4}{5}\right)$

$y = mx + n$

$\begin{cases} \frac{1}{3}m + n = 2 & \text{condizione perché la retta passi per A} \\ -2m + n = -\frac{4}{5} & \text{condizione perché la retta passi per B} \end{cases}$

$\begin{cases} m + 3n = 6 \\ -10m + 5n = -4 \end{cases}$

$\begin{cases} m = 6 - 3n \\ -60 + 30n + 5n = -4 \end{cases}$

$\begin{cases} m = 6 - 3n \\ 35n = 56 \end{cases}$

$\begin{cases} m = 6 - 3n \\ n = \frac{8}{5} \end{cases}$

$\begin{cases} m = \frac{6}{5} \\ n = \frac{8}{5} \end{cases}$

$y = \frac{6}{5}x + \frac{8}{5}$

$6x - 5y + 8 = 0$

f:

$A(0, 0) \quad B(3, -2)$

$y = mx + n$

$\begin{cases} n = 0 & \text{condizione perché la retta passi per A} \\ 3m + n = -2 & \text{condizione perché la retta passi per B} \end{cases}$

$\begin{cases} 3m + 0 = -2 \\ n = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} m = -\frac{2}{3} \\ n = 0 \end{cases}$

$y = -\frac{2}{3}x$

g:

$A\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{5}\right) \quad B(0, 0)$

$y = mx + n$

$\begin{cases} \frac{1}{4}m + n = \frac{1}{5} & \text{condizione perché la retta passi per A} \\ n = 0 & \text{condizione perché la retta passi per B} \end{cases}$

$\begin{cases} \frac{1}{4}m = \frac{1}{5} \\ n = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} 5m = 4 \\ n = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} m = \frac{4}{5} \\ n = 0 \end{cases}$

$y = \frac{4}{5}x$

h:

$A(0, 0) \quad B(\sqrt{2}, 4\sqrt{2})$

$y = mx + n$

$\begin{cases} n = 0 & \text{condizione perché la retta passi per A} \\ m\sqrt{2} + n = 4\sqrt{2} & \text{condizione perché la retta passi per B} \end{cases}$

$\begin{cases} m\sqrt{2} = 4\sqrt{2} \\ n = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} m = 4 \\ n = 0 \end{cases}$

$y = 4x$

8

Es n: 38 pag 619 a b c d e f g h

(a) $7x+5y+1=0 \quad P(-2,3)$

$y=mx+n$

$3=-2m+n$ condizione perchè la retta passi per P

$n=3+2m$

$\begin{cases} y=mx+2m+3 \\ 7x+5y+1=0 \end{cases}$

$\begin{cases} 7x+5mx+10m+15+1=0 \\ y=mx+2m+3 \end{cases}$

$\begin{cases} (7+5m)x=-10m-16 \\ y=mx+2m+3 \end{cases}$

$\begin{cases} x=\frac{-10m-16}{7+5m} \\ y=mx+2m+3 \end{cases}$

$7+5m=0$

$m=-\frac{7}{5}$

$y=-\frac{7}{5}x-\frac{14}{5}+3$

$y=-\frac{7}{5}x+\frac{1}{5}$

(c) $2x+3y-4=0 \quad P(1,1)$

$y=mx+n$

$1=m+n$

$n=1-m.$

$\begin{cases} y=mx-m+1 \\ 2x+3y-4=0 \end{cases}$

$2x+3mx-3m+3-4=0$

$(2+3m)x=3m+1$

$x=\frac{3m+1}{2+3m}$

$2+3m=0$

$m=-\frac{2}{3}$

$y=-\frac{2}{3}x+\frac{2}{3}+1$

$y=-\frac{2}{3}x+\frac{5}{3}$

(b) $4x-5y-1=0 \quad P(0,4)$

$y=mx+n$

$4=n$

$\begin{cases} 4x-5y-1=0 \\ y=mx+4 \end{cases}$

$4x-5mx-20-1=0$

$(4-5m)x=21$

$x=\frac{21}{4-5m}$

$4-5m=0$

$m=\frac{4}{5}$

$y=\frac{4}{5}x+4$

(d) $y=7x-5 \quad P(2,3)$

$y=mx+n$

$3=2m+n$

$n=3-2m$

$\begin{cases} y=mx+3-2m \\ y=7x-5 \end{cases}$

$mx+3-2m-7x+5=0$

$(m-7)x=2m-8$

$x=\frac{2m-8}{m-7}$

$m-7=0$

$m=7$

$y=7x+3-14$

$y=7x-11$

ⓔ:

$x-5y+7=0 \quad P(-2,0)$

$y=mx+n$

$0=-2m+n$ condizione perché la retta passi per P.

$n=2m$

$$\begin{cases} y=mx+2m \\ x-5y+7=0 \end{cases}$$

$x-5mx-10m=0$

$(1-5m)x=10m$

$x=\frac{10m}{1-5m}$

$1-5m=0$

$m=\frac{1}{5}$

$y=\frac{1}{5}x+\frac{2}{5}$

$x-5y+7=0 \quad P(-2,0)$

$y=\frac{x}{5}+\frac{7}{5}$

$y=mx+n$

$n-2m=0$

$n=2m$

$$\begin{cases} n=2m \\ m=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=\frac{2}{5} \\ m=\frac{1}{5} \end{cases}$$

$y=\frac{x}{5}+\frac{2}{5}$

ⓕ:

$y=\frac{3}{4}x-1 \quad P(-2,1)$

$y=mx+n$

$1=-2m+n$

$$\begin{cases} n=2m+1 \\ m=\frac{3}{4} \end{cases}$$ condizione di parallelismo.

$$\begin{cases} n=\frac{3}{2}+1 \\ m=\frac{3}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=\frac{5}{2} \\ m=\frac{3}{4} \end{cases}$$

$y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}$

$y=\frac{3}{4}x-1 \quad P(-2,1)$

$y=mx+n$

$n=2m+1$

$$\begin{cases} y=mx+2m+1 \\ y=\frac{3}{4}x-1 \end{cases}$$ ← equazione del fascio di rette di centro P escluso quello // all'asse y

$$\begin{cases} mx+2m+1=\frac{3}{4}x-1 \\ y=mx+2m+1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4mx+8m+4-3x+4=0 \\ (4m-3)x=\frac{-8-8m}{1} \end{cases}$$

$x=\frac{-8-8m}{4m-3}$ (ascissa dell'eventuale punto d'incontro fra le due rette)

$4m-3=0$

$m=\frac{3}{4}$

$y=\frac{3}{4}x+\frac{3}{2}+1$

$y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}$

g)

$9x-2y+11=0 \quad P\left(\frac{1}{3},-1\right)$

$y=mx+n$

$-1=\frac{1}{3}m+n$

$-3=m+n$

$n=-m-3$

$\begin{cases} y=mx-m-3 \\ 9x-2y+11=0 \end{cases}$

$\begin{cases} 9x-2mx+2m+6+11=0 \\ y=mx-m-3 \end{cases}$

$(9-2m)x=-2m-17$

$x=\frac{-2m-17}{9-2m}$

$9-2m=0$

$m=\frac{9}{2}$

$y=\frac{9}{2}x-\frac{9}{2}-3$

$y=\frac{9}{2}x-\frac{15}{2}$

$9x-2y+11=0 \quad P\left(\frac{1}{3},-1\right)$

$y=\frac{9x}{2}+\frac{11}{2}$

$y=mx+n$

$\begin{cases} n=-m-3 \\ m=\frac{9}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} n=-\frac{9}{2}-3 \\ m=\frac{9}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} n=-\frac{15}{2} \\ m=\frac{9}{2} \end{cases}$

$y=\frac{9}{2}x-\frac{15}{2}$

h)

$3x+4y+2=0 \quad P(-2,-5)$

$y=mx+n$

$-5=-2m+n$

$n=2m-5$

$\begin{cases} y=mx+2m-5 \\ 3x+4y+2=0 \end{cases}$

$3x+4mx+8m-20=0$

$(3+4m)x=20-8m$

$x=\frac{20-8m}{3+4m}$

$3+4m=0$

$m=-\frac{3}{4}$

$y=-\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}-5$

$y=-\frac{3}{4}x-\frac{13}{2}$

$3x+4y+2=0 \quad P(-2,-5)$

$y=\frac{-3x}{4}-\frac{2}{4}$

$y=mx+n$

$\begin{cases} n=2m-5 \\ m=-\frac{3}{4} \end{cases}$

$\begin{cases} n=-\frac{3}{2}-5 \\ m=\frac{3}{4} \end{cases}$

$\begin{cases} n=-\frac{13}{2} \\ m=\frac{3}{4} \end{cases}$

$y=\frac{3x}{4}-\frac{13}{2}$

Due rette ~~con~~ senza il coefficiente angolare sono parallele all'asse y.

Condizione necessaria e sufficiente perché 2 rette risultino fra loro perpendicolari è che il prodotto dei coefficienti angolari sia -1

Cioè se le equazioni sono

$y = m_1 x + n_1$

$y = m_2 x + n_2$

le rette risultano perpendicolari se è

$m_1 \cdot m_2 = -1$

es:

$y = 2x + 3$

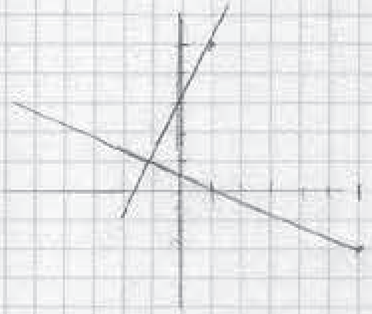
$y = -\frac{1}{2}x + 1$

1

x	y
1	5
0	3

2

x	y
0	1
6	-2



Problema:

Determinare l'equazione della retta che passa per $P(1, 4)$ e che è perpendicolare r di equazione

$$y = -\frac{2}{3}x + 1$$

~~la retta di cui cerchiamo l'equazione~~

L'equazione della retta passante per P perpendicolare a r sarà del tipo

$$y = mx + n$$

perché la retta r non è parallela all'asse x.

$y = mx + n$

$\begin{cases} m + n = 4 & \text{condizione perché la retta passi per P.} \\ -\frac{2}{3} \cdot m = -1 & \text{condizione perché le rette risultino perpendicolari} \end{cases}$

$\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} + n = 4 \end{cases}$

$\begin{cases} m = \frac{3}{2} \\ n = \frac{5}{2} \end{cases}$

$y = \frac{3}{2}x + \frac{5}{2}$ equazione della retta passante per P e perpendicolare alla retta data.

Es n: 39 pag 619.

r $2x - 3y - 14 = 0$ $P(0,0)$

poiché la retta r non è parallela all'asse x nemmeno la retta passante per P e perpendicolare ad essa sarà parallela all'asse x, quindi la sua equazione sarà del tipo:

$y = mx + n$

$\begin{cases} n = 0 \\ \frac{2}{3}m = -1 \end{cases}$ condizione perché la retta passi per P. / condizione perché le rette risultino perpendicolari

$\begin{cases} n = 0 \\ m = -\frac{3}{2} \end{cases}$

$y = -\frac{3}{2}x$

$3x + 2y = 0$ equazione della retta passante per P ~~parall~~ perpendicolare alla retta data

$\begin{cases} 2x - 3y - 14 = 0 \\ 3x + 2y = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x \\ 2x + \frac{9}{2}x - 14 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x \\ 4x + 9x + 28 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = \frac{3}{2}x \\ 13x = +28 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{28}{13} \\ y = -\frac{42}{13} \end{cases}$

ascissa e ordinata del punto intersezione fra le due rette

Es n: 40 pag 619

$y = -x + 2$ $P(0, -3)$

poiché la retta r non è parallela all'asse y, nemmeno la retta passante per P e perpendicolare alla retta data lo sarà, pertanto la sua equazione sarà del tipo:

$y = mx + n.$

$-3 = n$ condizione perché la retta passi per P.

$\begin{cases} n = -3 \\ -m = -1 \end{cases}$ condizione perché le rette risultino perpendicolari

$\begin{cases} n = -3 \\ m = 1 \end{cases}$

$y = x - 3$ equazione della retta passante per P e perpendicolare alla retta r.

$\begin{cases} y = -x + 2 \\ y = x - 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x - 3 = -x + 2 \\ y = x - 3 \end{cases}$ $\begin{cases} 2x = 5 \\ y = x - 3 \end{cases}$ $\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{cases}$ ascissa del punto intersezione delle 2 rette / ordinata del punto intersezione delle 2 rette.

Es n:41 pag 619

$x+y-3=0 \quad P(4,-1)$

$y=-x+3$

l'equazione della retta passante per P perpendicolare a r sarà del tipo

$$y=mx+n$$

perchè la retta r non è parallela all'asse x.

$y=mx+n$

$\begin{cases} -1=4m+n & \text{condizione perchè la retta pass. per P.} \\ -m=-1 \end{cases}$

$\begin{cases} n=-1-4m \\ m=1 \end{cases} \quad \begin{cases} n=-5 \\ m=1 \end{cases}$

$y=x-5$ equazione della retta passante per P e perpendicolare alla retta r.

$\begin{cases} y=x-5 \\ y=-x+3 \end{cases}$

$2y=-2$

$y=-1$

$x-5=-1$

$x=4$

$\begin{cases} x=4 & \text{~~ordinata~~ ascissa del punto intersezione fra le due rette} \\ y=-1 & \text{ordinata del punto intersezione fra le due rette.} \end{cases}$

Es n:42 pag 619

$2x+y+6=0 \quad P(-4,-3)$

$y=-6-2x$

L'equazione della retta passante per P e perpendicolare alla data sarà del tipo

$$y=mx+n$$

perchè la retta data non è parallela all'asse x.

$y=mx+n$

$\begin{cases} -3=-4m+n & \text{condizione perchè la retta passi per P.} \\ -2m=-1 & \text{condizione perchè la retta sia perpendicolare alla data.} \end{cases}$

$\begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ -3=-2+n \end{cases} \quad \begin{cases} m=\frac{1}{2} \\ n=-1 \end{cases}$

$y=\frac{1}{2}x-1$ equazione della retta passante per P e perpendicolare alla retta data.

$$\begin{cases} y = -6-2x \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$$

$-2x - \frac{1}{2}x - 5 = 0$

$-4x - x = 10$

$x = -2$

$y = -6 + 4$

$y = -2$

$\begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \end{cases}$ ascissa del punto intersezione delle due rette / ordinata del punto intersezione delle due rette.

Es n: 43 pag 619

$2x - 3y + 1 = 0 \qquad P(1,2)$

$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$

poiché la retta data non è parallela all'asse x, la retta perpendicolare ad essa e passante per P avrà l'equazione del tipo

$$y = mx + n$$

non essendo parallela all'asse y.

$y = mx + n$

$\begin{cases} 2 = m + n \\ \frac{2}{3}m = -1 \end{cases}$ impongo il passaggio per P / condizione perché la retta sia perpendicolare alla data.

$\begin{cases} m = -\frac{3}{2} \\ 2 = -\frac{3}{2} + n \end{cases} \quad \begin{cases} m = -\frac{3}{2} \\ n = \frac{7}{2} \end{cases}$

$y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2}$ equazione della retta passante per P e perpendicolare alla data

$\begin{cases} y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2} = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} -9x + 21 = 4x + 2 \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} 13x = 19 \\ y = -\frac{3}{2}x + \frac{7}{2} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{19}{13} \\ y = -\frac{57}{26} + \frac{7}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{19}{13} \\ y = -\frac{57}{26} + \frac{91}{26} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{19}{13} \\ y = \frac{34}{26} \end{cases} \quad \begin{cases} x = \frac{19}{13} \\ y = \frac{17}{13} \end{cases}$ ascissa del punto intersezione delle due rette / ordinata del punto intersezione delle due rette.

Es n: 48 pag 620 a b

a P(1,-2) dalla retta $3x-y+5=0$

poiché la retta data non è parallela all'asse x la retta perpendicolare ad essa e passante per P non sarà parallela all'asse y e pertanto la sua equazione sarà del tipo:

$$y = mx+n$$

$\begin{cases} -2 = m+n \\ 3m=-1 \end{cases}$ condizione perché la retta passi per P; condizione perché la retta sia perpendicolare

$\begin{cases} m=-\frac{1}{3} \\ -2=-\frac{1}{3}+n \end{cases}$ $\begin{cases} m=-\frac{1}{3} \\ n=-\frac{5}{3} \end{cases}$

$y=-\frac{1}{3}x+\frac{5}{3}$

$x+3y+5=0$ equazione della retta passante per P e perpendicolare alla data

$\begin{cases} x+3y+5=0 \\ 3x-y+5=0 \end{cases}$ $\begin{cases} y=3x+5 \\ x+9x+15+5=0 \end{cases}$ $\begin{cases} \cancel{10x=-20} \\ \cancel{y=3x+5} \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{4}{5} \\ y=\frac{-1}{5} \end{cases}$ ascissa del punto intersezione fra le 2 rette; ordinata del punto intersezione fra le 2 rette

$d=\sqrt{(-2-1)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$

b

P(-1,0) dalla retta $y=5x-1$

l'equazione della retta passante per P e perpendicolare alla data sarà del tipo

$$y = mx+n$$

perché la retta data non è parallela all'asse delle x.

$y=mx+n$

$\begin{cases} n-m=0 \\ 5m=-1 \end{cases}$ condizione perché la retta passi per P. condizione perché la retta sia perpendicolare

$\begin{cases} m=-\frac{1}{5} \\ n=-\frac{1}{5} \end{cases}$

$y=-\frac{1}{5}x-\frac{1}{5}$ equazione della retta passante per P e perpendicolare alla data.

$\begin{cases} y=-\frac{1}{5}x-\frac{1}{5} \\ y=5x-1 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x-1=-\frac{1}{5}x-\frac{1}{5} \\ y=5x-1 \end{cases}$ $\begin{cases} 25x-5=-x-1 \\ y=5x-1 \end{cases}$ $\begin{cases} 26x=4 \\ y=5x-1 \end{cases}$ $\begin{cases} x=\frac{2}{13} \\ y=-\frac{3}{13} \end{cases}$

$d=\sqrt{\left(\frac{2}{13}+1\right)^2+\left(\frac{3}{13}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{2+13}{13}\right)^2+\frac{9}{169}}=\sqrt{\frac{225}{169}+\frac{9}{169}}=\sqrt{\frac{234}{169}}=\frac{3\sqrt{26}}{13}$

Es n: 44 pag 619

$y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ $P(1,1)$

l'equazione dello retta passante per P e perpendicolare allo data sarà del tipo

$$y = mx + n$$

perchè la retta data non è parallela all'asse x.

$y = mx + n$

$\begin{cases} 1 = m + n \\ -\frac{3}{2}m = -1 \end{cases}$ condizione perchè la retta passi per P. / condizione perchè la retta sia perpendicolare alla data.

$\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ 1 = \frac{2}{3} + n \end{cases}$ $\begin{cases} m = \frac{2}{3} \\ n = \frac{1}{3} \end{cases}$

$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$ equazione della retta passante per P e perpendicolare alla data

$\begin{cases} y = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \\ y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} = -\frac{3}{2}x - \frac{5}{2} \\ y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} 4x + 2 = -9x - 15 \\ y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} 13x = -17 \\ y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \end{cases}$ $\begin{cases} x = -\frac{17}{13} \\ y = \frac{2}{3} \cdot -\frac{17}{13} + \frac{1}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} x = -\frac{17}{13} \\ y = -\frac{7}{13} \end{cases}$ ascissa del punto intersezione fra le due rette. / ordinata del punto intersezione fra le due rette.

Es n: 48 pag 620 c

$P(3,3)$ dalla retta $x - y - 2 = 0$

$y = x - 2$

l'equazione della retta passante per P e perpendicolare sarà del tipo:

$$y = mx + n$$

perchè la retta data non è parallela all'asse x.

$y = mx + n$

$\begin{cases} 3 = 3m + n \\ m = -1 \end{cases}$ condizione perchè la retta passi per P. / condizione perchè la retta sia perpendicolare alla data.

$\begin{cases} 3 = -3 + n \\ m = -1 \end{cases}$ $\begin{cases} n = 6 \\ m = -1 \end{cases}$

$y = -x + 6$ equazione della retta passante per P e perpendicolare alla data

$\begin{cases} y = x - 2 \\ y = -x + 6 \end{cases}$ $\begin{cases} -x + 6 = x - 2 \\ y = -x + 6 \end{cases}$ $\begin{cases} x = 4 \\ y = 2 \end{cases}$

$d = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$

Es n = 38 pag 619 (1)

$y = 7x - 5 \qquad P(2, 3)$

l'equazione della retta parallela alla data e passante per P sarà del tipo:

$y = mx + n$

perché la retta data non è parallela all'asse y.

$y = mx + n$

$3 = 2m + n$

$n = 3 - 2m$ condizione perché la retta passi per P.

$\begin{cases} y = mx + 3 - 2m \\ y = 7x - 5 \end{cases}$ equazione generica del piano che ha ricevuto l'informazione di passare per P.

$\begin{cases} 7x - 5 = mx + 3 - 2m \\ 7x - mx = 8 - 2m \end{cases}$

$(7 - m)x = 8 - 2m$

$x = \dfrac{8 - 2m}{7 - m}$ eventuale ascissa dell'eventuale punto intersezione fra le 2 rette.

$7 - m = 0$

$m = 7$ condizione perché il sistema sia impossibile e quindi le rette parallele.

$y = 7x - 14 + 3$

$y = 7x - 11$ equazione della retta parallela alla data e passante per P.

Es n = 45 pag 619

$3x + 5y - 7 = 0 \qquad P(-1, 1)$

poiché la retta data non è parallela all'asse y, non lo sarà nemmeno ~~la~~ una sua parallela che passa per il punto P, pertanto la sua equazione è del tipo:

$$y = mx + n.$$

$y = mx + n$

$n - m = 1$

$n = m + 1$ condizione perché la retta passi per P.

$\begin{cases} y = mx + m + 1 \\ 3x + 5y - 7 = 0 \end{cases}$ retta generica del piano che ha ricevuto l'informazione di passare per P

$3x + 5mx + 5m + 5 - 7 = 0$

$(3 + 5m)x = 2 - 5m$

$x = \dfrac{2 - 5m}{3 + 5m}$ ascissa dell'eventuale punto d'intersezione delle due rette.

13

$3+5m=0$ condizione perché il sistema sia impossibile e le rette siano parallele

$m=-\frac{3}{5}$

$y=-\frac{3}{5}x-\frac{3}{5}+1$

$y=-\frac{3}{5}x+\frac{2}{5}$ equazione della retta passante per P e parallela alla data.

$3x+5y-7=0 \quad P(-1,1)$

$y=-\frac{3}{5}x+\frac{7}{5}$

l'equazione della retta perpendicolare alla data e passante per P sarà del tipo

$$y=mx+n$$

perché la retta data non è parallela all'asse X.

$y=mx+n$

$\begin{cases} n-m=1 \\ -\frac{3}{5}m=-1 \end{cases}$ condizione perché la retta passi per P. / condizione perché la retta sia perpendicolare alla data.

$\begin{cases} m=\frac{5}{3} \\ n-\frac{5}{3}=1 \end{cases} \quad \begin{cases} m=\frac{5}{3} \\ n=\frac{8}{3} \end{cases}$

$y=\frac{5}{3}x+\frac{8}{3}$ equazione della retta perpendicolare alla data e passante per il punto P.

$\begin{cases} y=\frac{5}{3}x+\frac{8}{3} \\ y=-\frac{3}{5}x+\frac{7}{5} \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{3}{5}x+\frac{7}{5}=\frac{5}{3}x+\frac{8}{3} \\ y=\frac{5}{3}x+\frac{8}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} -9x+21=25x+40 \\ y=\frac{5}{3}x+\frac{8}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} 34x=-19 \\ y=\frac{5}{3}x+\frac{8}{3} \end{cases}$

$\begin{cases} x=-\frac{19}{34} \\ y=-\frac{95}{102}+\frac{8}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} x=-\frac{19}{34} \\ y=\frac{59}{34} \end{cases}$ ascissa del punto di intersezione delle due rette / ordinata del punto di intersezione delle due rette.

Es n: 46 pag 619

$x+y=0 \quad P\left(-3, \frac{1}{2}\right)$

$y=-x$

l'equazione della retta passante per P e perpendicolare alla retta sarà del tipo

$$y=mx+n$$

poiché la retta data non è parallela all'asse delle x.

$y=mx+n$

$\frac{1}{2}=-3m+n$

$\begin{cases} n = 3m+\frac{1}{2} & \text{condizione perché la retta passi per P.} \\ -m=-1 & \text{condizione perché la retta sia perpendicolare alla data} \end{cases}$

$\begin{cases} m=1 \\ n=\frac{7}{2} \end{cases}$

$y = x+\frac{7}{2}$ equazione della retta perpendicolare alla data e passante per P.

$\begin{cases} y=x+\frac{7}{2} \\ y=-x \end{cases} \begin{cases} -x=x+\frac{7}{2} \\ y=-x \end{cases} \begin{cases} 2x=-\frac{7}{2} \\ y=-x \end{cases} \begin{cases} x=-\frac{7}{4} & \text{ascissa del punto di intersezione delle due rette} \\ y=\frac{7}{4} & \text{ordinata del punto di intersezione delle due rette.} \end{cases}$

Es n: 47 pag 619

$4x-5y-10=0 \quad P(-4\ 3)$

$y=\frac{4}{5}x-2$

l'equazione della retta perpendicolare alla data passante per P sarà del tipo

$$y=mx+n$$

perché la retta data non è parallela all'asse delle x.

$y=mx+n$

$\begin{cases} 3=-4m+n & \text{condizione perché la retta passi per P.} \\ \frac{4}{5}m=-1 & \text{condizione perché la retta sia perpendicolare alla data} \end{cases}$

$\begin{cases} m=-\frac{5}{4} \\ 3=5\cancel{m}+n \end{cases} \begin{cases} m=-\frac{5}{4} \\ n=-2 \end{cases}$

$y=-\frac{5}{4}x-2$ equazione della retta perpendicolare alla data e passante per P.

$\begin{cases} y=-\frac{5}{4}x-2 \\ y=\frac{4}{5}x-2 \end{cases} \begin{cases} \frac{4}{5}x-2=-\frac{5}{4}x-2 \\ y=\frac{4}{5}x-2 \end{cases} \begin{cases} 16x-40=-25x-40 \\ y=\frac{4}{5}x-2 \end{cases} \begin{cases} 41x=0 \\ y=\frac{4}{5}x-2 \end{cases} \begin{cases} x=0 & \text{ascissa del punto di intersezione} \\ y=-2 & \text{ordinata del punto di intersezione delle 2 rette} \end{cases}$

14 Es n: 48 pag 620 (f)

$P(1,2)$ dalla retta $20x-21y-58=0$

$$y=\frac{20}{21}x-\frac{58}{21}$$

l'equazione della retta perpendicolare alla data e passante per P sarà del tipo:

$$y=mx+n$$

perché la retta data non è parallela all'asse x.

$$y=mx+n$$

$$\begin{cases} 2=m+n & \text{condizione perché la retta passi per P.} \\ \frac{20}{21}m=-1 & \text{condizione perché la retta sia perpendicolare alla data} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=-\frac{21}{20} \\ 2+\frac{21}{20}=n \end{cases} \quad \begin{cases} m=-\frac{21}{20} \\ \frac{61}{20}=n \end{cases}$$

$$y=-\frac{21}{20}x+\frac{61}{20}$$

$$\begin{cases} y=\frac{20}{21}x-\frac{58}{21} \\ y=-\frac{21}{20}x+\frac{61}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} -\frac{21}{20}x+\frac{61}{20}=\frac{20}{21}x-\frac{58}{21} \\ y=-\frac{21}{20}x+\frac{61}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} -441x+1281=400x-1160 \\ y=-\frac{21}{20}x+\frac{61}{20} \end{cases}$$

$$\begin{cases} +841x=+2441 \\ y=-\frac{21}{20}x+\frac{61}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{2441}{841} \\ y=-\frac{51261}{16820}+\frac{61}{20} \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{2441}{841} \\ y=\frac{-51261+51301}{16820} \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{2441}{841} \\ y=\frac{40}{16820} \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{2441}{841} \\ y=\frac{2}{841} \end{cases}$$

coordinate del punto di intersezione fra le due rette.

$$d=\sqrt{\left(\frac{2441}{841}-1\right)^2+\left(\frac{2}{841}-2\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{2441-841}{841}\right)^2+\left(\frac{2-1682}{841}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{1600}{841}\right)^2+\left(-\frac{1680}{841}\right)^2}=$$

$$\sqrt{\frac{2560000}{707281}+\frac{2822400}{707281}}=\sqrt{\frac{5382400}{707281}}=\sqrt{\frac{6400}{841}}=\frac{80}{29}$$

PROBLEMA

15 In un R.C.O sono dati i punti $A(-2,-1)$ e $B(1,5)$, $C(3,-4)$ determinare il perimetro e l'area del triangolo ABC. (BASE BC)

Verif. con che cambiando base l'area non cambia

$\overline{AB} = \sqrt{9+36} = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

$\overline{AC} = \sqrt{25+9} = \sqrt{34}$

$\overline{BC} = \sqrt{4+81} = \sqrt{85}$

Poichè la retta passante per i punti B e C non è parallela all'asse y, la sua equazione sarà del tipo:

$y = mx + n$

$\begin{cases} 5 = m+n & \text{condizione perchè la retta passi per B} \\ -4 = 3m+n & \text{condizione perchè la retta passi per C} \end{cases}$

$\begin{cases} n = 5-m \\ -4 = 3m+5-m \end{cases}$ $\begin{cases} n = 5-m \\ 2m = -9 \end{cases}$ $\begin{cases} m = -\frac{9}{2} \\ n = \frac{19}{2} \end{cases}$

$y = -\frac{9}{2}x + \frac{19}{2}$ equazione della retta passante per i punti B e C.

$9x + 2y - 19 = 0$.

$P = 3\sqrt{5} + \sqrt{34} + \sqrt{85}$

$\frac{|-18-2-19|}{\sqrt{81+4}} = \frac{39}{\sqrt{85}} = \frac{39\sqrt{85}}{85}$ altezza relativa al lato BC.

$A: \sqrt{85} \cdot \frac{39\sqrt{85}}{85} \cdot \frac{1}{2} = \frac{39}{2}$ area del triangolo ABC.

Verifica:

poichè la retta passante per i punti A e B non è parallela all'asse y, la sua equazione sarà del tipo: $y = mx + n$

$\begin{cases} -1 = -2m+n & \text{condizione perchè la retta passi per A} \\ 5 = m+n & \text{condizione perchè la retta passi per B.} \end{cases}$

$\begin{cases} n = 2m-1 \\ 5 = m+2m-1 \end{cases}$ $\begin{cases} 3m = 6 \\ n = 2m-1 \end{cases}$ $\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \end{cases}$

$y = 2x + 3$ equazione della retta passante per i punti A e B.

$2x - y + 3 = 0$

$\frac{|6+4+3|}{\sqrt{4+1}} = \frac{13}{\sqrt{5}} = \frac{13\sqrt{5}}{5}$ altezza relativa al lato AB

$A: 3\sqrt{5} \cdot \frac{13\sqrt{5}}{5} \cdot \frac{1}{2} = \frac{39}{2}$ area del triangolo ABC.

Es n: 48 pag 620

(a):

$P(1,-2)$ dalla retta $3x-y+5=0$

$$d=\frac{|3+2+5|}{\sqrt{9+1}}=\frac{10}{\sqrt{10}}=\frac{10\sqrt{10}}{10}=\sqrt{10}$$

(b)

$P(-1,0)$ dalla retta $y=5x-1$

$5x-y-1=0$

$$d=\frac{|-5-1|}{\sqrt{25+1}}=\frac{6}{\sqrt{26}}=\frac{6\sqrt{26}}{26}=\frac{3\sqrt{26}}{13}$$

(c)

$P(3,3)$ dalla retta $x-y-2=0$

$$d=\frac{|3-3-2|}{\sqrt{1+1}}=\frac{2}{\sqrt{2}}=\frac{2\sqrt{2}}{2}=\sqrt{2}$$

(d):

$P(2,2)$ dalla retta congiungente i due punti $A(3,1)$ e $B(7,4)$:
poiché la retta passante per i punti A e B non è parallela all'asse y, la sua equazione sarà del tipo:

$$y=mx+n$$

$$-\begin{cases}3m+n=1 & \text{condizione perché la retta passi per A}\\ 7m+n=4 & \text{condizione perché la retta passi per B.}\end{cases}$$

$4m=3$

$m=\frac{3}{4}$

$\frac{9}{4}+n=1$

$n=1-\frac{9}{4}$

$n=-\frac{5}{4}$

$$\begin{cases}m=\frac{3}{4}\\ n=-\frac{5}{4}\end{cases}$$

$y=\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}$ equazione della retta passante per i punti A e B.

16 $3x-4y-5=0$

$$\frac{|6-8-5|}{\sqrt{9+16}}=\frac{7}{5}$$

Es n: 1 pag 635 a. b. c. d. e. scrivere l'equazione della circonferenza di centro C e raggio r.

(a)

$C(0,0)$ $r=3$

$x^2+y^2=9$

$C(-3,2)$ $r=\sqrt{3}$

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$ equazione generale di tutte le circonferenze del piano.

$(x+3)^2+(y-2)^2=3$

$x^2+6x+9+y^2-4y+4=3$

$x^2+y^2+6x-4y+10=0$ equazione della circonferenza di centro C e raggio $r=\sqrt{3}$

(b)

$C\left(\frac{1}{2};\frac{1}{3}\right)$ $r=2$

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{1}{3}\right)^2=4$

$\frac{4x^2-4x+1}{4}+\frac{9y^2-6y+1}{9}=4$

$36x^2-36x+9+36y^2-24y+4-48=0$

$36x^2+36y^2-36x-24y-41=0$

$C(0,2)$ $r=3$

$(x-\alpha)+(y-\beta)=r^2$ equazione generale di tutte le circonferenze del piano.

$x^2+y^2-4y+4=0$ equazione della circonferenza di centro $C(0,2)$ e raggio $r=3$

(c)

$C(1,3)$ $r=\sqrt{7}$

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2$ equazione generale di tutte le circonferenze del piano.

$(x-1)^2+(y-3)^2=7$

$x^2-2x+1+y^2-6y+9-7=0$

$x^2+y^2-2x-6y+3=0$ equazione della circonferenza di centro $C(1,3)$ e di raggio $r=\sqrt{7}$

$C(5,0)$ $r=4$

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$ equazione generale di tutte le circonferenze del piano.

$(x-5)+y^2=16$

$x^2-10x+25+y^2-6=0$

$x^2+y^2-10x+9=0$ equazione della circonferenza di centro $C(5,0)$ e raggio $r=4$

(d)

$C(-1,-\frac{1}{2})$ $r=\frac{3}{2}$

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$ equazione generale di tutte le circonferenze del piano.

$(x+1)^2+(y+\frac{1}{2})^2=\frac{9}{4}$

$x^2+2x+1+y^2+y+\frac{1}{4}-\frac{9}{4}=0$

$4x^2+8x+4+4y^2+4y+1-9=0$

$4x^2+4y^2+8x+4y-4=0$ equazione della circonferenza di centro $C(-1,-\frac{1}{2})$ e di raggio $r=\frac{3}{2}$

$C(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ $r=\frac{4}{3}$

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$ equazione generale di tutte le circonferenze del piano.

$(x+\frac{1}{2})^2+(y-\frac{1}{2})^2=\frac{16}{9}$

$x^2+x+\frac{1}{4}+y^2-y+\frac{1}{4}=\frac{16}{9}$

$x^2+y^2+x-y+\frac{1}{2}-\frac{16}{9}=0$

$18x^2+18y^2+18x-18y-23=0$ equazione della circonferenza di centro $C(-\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ e di raggio $r=\frac{4}{3}$.

(e)

$C(-1,\sqrt{2})$ $r=2\sqrt{2}$

$(x+1)^2+(y-\sqrt{2})^2=8$

$x^2+2x+1+y^2-2y\sqrt{2}+2-8=0$

$x^2+y^2+2x-2y\sqrt{2}-6=0$ equazione della circonferenza con centro $C(-1,\sqrt{2})$ e raggio $r=2\sqrt{2}$

$C(2,2)$ $r=2$

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$ equazione generale di tutte le circonferenze del piano.

$(x-2)^2+(y-2)^2=4$

$x^2-4x+4+y^2-4y+4-4=0$

$x^2+y^2-4x-4y+4=0$ equazione della circonferenza di centro $C(2,2)$ e raggio $r=2$.

Es n°2 pag 635 a b c d e dire se le seguenti equazioni rappresentano o no una circonferenza e se si trovare le coordinate del centro e del raggio

(a) $x^2+y^2-8x+6y=0$

1) l'equazione è di secondo grado.
2) manca il termine misto o rettangolare (in x e in y)
3) i coefficienti della x^2 e y^2 sono uguali,

pertanto questa è una equazione di una circonferenza.

$$C\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a = -\frac{1}{2}\cdot -8 = 4 \text{ ascissa del centro della circonferenza di equazione data} \\ y=-\frac{1}{2}b = -\frac{1}{2}\cdot 6 = -3 \text{ ordinata del centro della circonferenza di equazione data} \end{cases}$$

$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=\frac{1}{2}\sqrt{36+64+0}=\frac{1}{2}\sqrt{100}=\frac{1}{2}\cdot 10=5$ raggio della circonferenza di equazione data.

17 b)

$x^2+y^2+10x-4y+29=0$

il grafico dello equazione è una circonferenza perchè:

1) l'equazione è di secondo grado.
2) manca il ~~[illegible]~~ termine misto
3) i coefficienti dello x^2 e y^2 sono uguali

$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c} = \frac{1}{2}\sqrt{100+16-116} = \frac{1}{2}\sqrt{0}$

la circonferenza è reale a punti immaginari.

c)

$x^2+y^2-4x+14y+56=0$

il grafico dello equazione è una circonferenza perchè:

1) l'equazione è di secondo grado
2) manca il termine misto
3) i coefficienti dello x^2 e y^2 sono uguali

$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c} = \frac{1}{2}\sqrt{16+196-224} = \frac{1}{2}\sqrt{-12}$ la circonferenza è reale a punti immaginari

d)

$x^2+y^2-2x=0$

il grafico dello equazione è una circonferenza perchè:

1) l'equazione è di 2 grado
2) manca il termine misto
3) i coefficienti dello x^2 e y^2 sono uguali

$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c} = \frac{1}{2}\sqrt{4} = \frac{1}{2}\cdot 2 = -1$

$C\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a=-\frac{1}{2}\cdot-2=1 & \text{ascissa del centro della circonferenza di equazione data} \\ y=-\frac{1}{2}b=-\frac{1}{2}\cdot 0=0 & \text{ordinata del centro della circonferenza di equazione data} \end{cases}$

(e):

$x^2+y^2-6y-7=0$

il grafico della equazione è una circonferenza perché:

1) è di 2° grado

2) manca il termine misto

3) i coefficienti delle x^2 & y^2 sono uguali

$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=\frac{1}{2}\sqrt{36+28}=\frac{1}{2}\sqrt{64}=\frac{1}{2}\cdot 8=4$

$C\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a=-\frac{1}{2}\cdot 0=0 \\ y=-\frac{1}{2}b=-\frac{1}{2}\cdot -6=\frac{6}{2}=3 \end{cases}$

<u>Es n: 3 pag 635</u> ~~ab~~ determinare se il punto $A(1,-2)$ è interno o esterno alle seguente circonferenze

(a): $x^2+y^2=1$

$x^2+y^2-1=0$

il grafico della equazione è una circonferenza perché:

1) è di 2° grado

2) manca il termine misto

3) i coefficienti della x^2 e y^2 sono uguali

$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=\frac{1}{2}\cdot 2=1$

$C\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a=0 \\ y=-\frac{1}{2}b=0. \end{cases}$

si verifichi che un punto $A(x_1;y_1)$ è interno o esterno ad una circonferenza ~~con~~ a seconda che risulti $x_1^2+y_1^2<r^2$ oppure $x_1^2+y_1^2>r^2$, pertanto:

$1^2+(-2)^2 \gtreqless 1^2$?

$5>1$

quindi il punto $A(1;-2)$ è esterno alla ~~retta~~ circonferenza di equazione data.

18 b)

$x^2+y^2=5$

$x^2+y^2-5=0$

il grafico dello equazione è una circonferenza perchè:

1) è di 2° grado
2) manca il termine misto
3) i coefficienti della x^2 e y^2 sono uguali

$r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c} + \frac{1}{2}\sqrt{[illegible]}$

$1^2(2)^2 \gtreqless 5\ ?$

$5<25$

quindi il punto $A(1,-2)$ è interno alla circonferenza di equazione data

c):

$x^2+y^2=9$

$x^2+y^2-9=0$

il grafico dello equazione è una circonferenza perchè:

1) è di 2° grado.
2) manca il termine misto
3) i coefficienti della x^2 e y^2 sono uguali.

$1^2+(-2)^2 \gtreqless 9\ ?$

$5<9$

quindi il punto $A(1,-2)$ è interno alla circonferenza di equazione data.

Es n: 4 pag 636 a   scrivere l'equazione della circonferenza determinata dalla seguente condizione:

a: passa per l'origine ed ha il centro nel punto $C(6,-8)$

la seguente circonferenza ha il raggio $r = \overline{CO}$, quindi basta trovare la distanza del punto C ed O per trovare il raggio:

$C(6,-8) \qquad O(0,0)$

$d = r = \sqrt{6^2+(-8)^2} = \sqrt{36+64} = \sqrt{100} = 10$

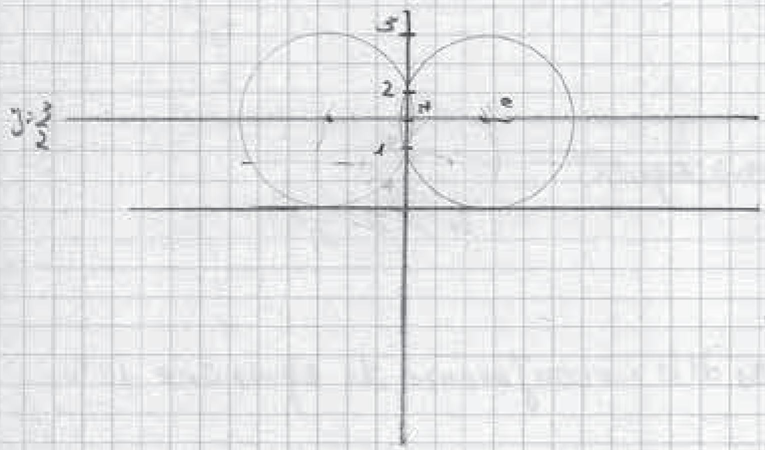
$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2 = r^2$ equazione di tutte le circonferenze del piano

$(x-6)^2+(y+8)^2 = 100$

$x^2+y^2-12x+16y+100-100=0$

$x^2+y^2-12x+16y=0$ equazione della circonferenza con centro nel punto $C(6,-8)$ e passante per l'origine

Es n: 45 pag 638   Trovare le equazioni delle circonferenze tangenti all'asse x e che intersecano l'asse y nei punti: $(0,1)$ $(0,2)$



$r = \frac{3}{2}$

$\overline{CH} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2-\left(2-\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{4}-\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{8}{4}} = \frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$

$r = \frac{3}{2} \qquad C\left(\sqrt{2} ; \frac{3}{2}\right)$

$(x-\sqrt{2})^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2 = \frac{9}{4}$

$x^2-2x\sqrt{2}+2+y^2-3y+\cancel{\frac{9}{4}}-\cancel{\frac{9}{4}}=0$

$x^2+y^2-2x\sqrt{2}-3y+2=0$ equazione della circonferenza tangente all'asse x e che interseca l'asse y nei punti $(0,1)$ e $(0,2)$

19

$r=\frac{3}{2}$ $C(-\sqrt{2}\,;\frac{3}{2})$

$(x+\sqrt{2})^2+(y-\frac{3}{2})^2=\frac{9}{4}$

$x^2+2x\sqrt{2}+2+y^2-3y+\frac{9}{4}-\frac{9}{4}=0$

$x^2+y^2+2x\sqrt{2}-3y+2=0$

Es n 14 pag 636

$C(6,-8)$ $O(0,0)$

$x^2+y^2+ax+by+c=0$

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a=6 \\ -\frac{1}{2}b=-8 \end{cases}$$

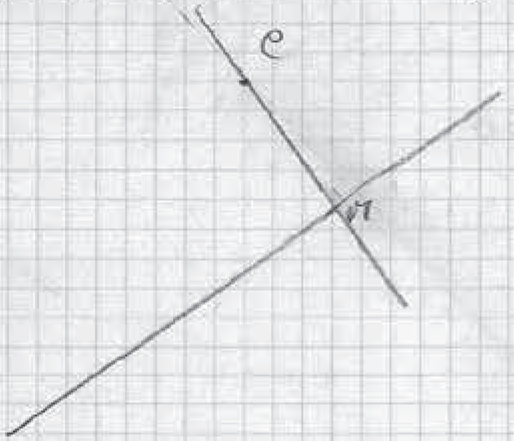
$a=-12$

$b=16$

$x^2+y^2-12x+16y=0$

$3x + 4y - 10 = 0$ $\quad C(2, -1)$

trovare la circonferenza con centro in C e tangente alla retta di equazione data.



$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$

$$r = \frac{|6 - 4 - 10|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{8}{5}$$

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = \frac{64}{25}$$

$$x^2 - 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = \frac{64}{25}$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 - \frac{64}{25} = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4x + 2y - \frac{39}{25} = 0$$

20 Risolvere i seguenti sistemi lineari: (volume I del Ferrauto)

Es n: 3101 pag 256

$$\left\{\begin{array}{l} 2x+3y-2z=-3 \\ x+y-3z=-4 \\ 4x+2y+z=-5 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|cc} 1 & -2 \\ -2 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} y+4z=5 \\ -4y+5z=1 \end{cases} \quad \begin{cases} y=5-4z \\ -20+16z+5z=1 \end{cases} \quad \begin{cases} 21z=21 \\ y=5-4z \end{cases} \quad \begin{cases} z=1 \\ y=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=-2 \\ z=1 \\ y=1 \end{cases}$$

Es n: 3102 pag 256

$$\left\{\begin{array}{l} 2x+4y+5z=10 \\ x-y-2z=-1 \\ 3x+y-4z=11 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|cc} 1 & 0 \\ -4 & 1 \\ 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} 6x-3z=6 \\ 10x-6z=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x-z=2 \\ 5x-3z=5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} z=2x-2 \\ 5x-6x+6=5 \end{cases} \quad \begin{cases} -x=-1 \\ z=2x-2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ z=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=0 \end{cases}$$

Es n: 3103 pag 256

$$\left\{\begin{array}{l} x-2y+3z=0 \\ 4x+y+z=7 \\ 2x-y-z=-1 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|cc} 0 & -1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} 6x=6 \\ 11x+5y=21 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ 5y=10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=1 \end{cases}$$

Es n: 3104 pag 256

$$\left\{\begin{array}{l} 4x+3y-2z=-5 \\ 3x-2y+4z=17 \\ 2x-4y-3z=-3 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|cc} 1 & 0 \\ 0 & +2 \\ -2 & -3 \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{l} 11y+4z=1 \\ +8y+17z=+43 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|c} -8 \\ 11 \end{array}$$

$155z=465$

$$\begin{cases} z=3 \\ y=-1 \\ x=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=-1 \\ z=3 \end{cases}$$

Es n: 3106 pag 256

$$\left\{\begin{array}{l} x-2y+3z=5 \\ 2x+y-2z=-9 \\ 21x-2y-z=-47 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|cc} 1 & 1 \\ 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} -20x+4z=52 \\ 5x-z=-13 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} \\ \cdot 1 \end{array}\begin{cases} 5x-z=-13 \\ 5x-z=-13 \end{cases}$$

il sistema è indeterminato.

Es n: 3105

$$\left\{\begin{array}{l} x+3y+3z=10 \\ 2x-y+z=3 \\ 3x-2y-z=-1 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|cc} 0 & -1 \\ 1 & 3 \\ 1 & 0 \end{array}$$

$$\begin{cases} 5x-3y=2 \\ 5x-6y=-1 \end{cases}$$

$3y=3$

$$\begin{cases} y=1 \\ x=1 \\ z=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=1 \\ y=1 \\ z=0 \end{cases}$$

21 Es n: 3108 pag 256

$$\begin{cases} x+3y+3z=6 \\ 3x+2y+z=6 \\ y+2z=6 \end{cases} \left|\begin{matrix} -1 & 0 \\ +1 & 1 \\ 0 & -2 \end{matrix}\right.$$

$$\begin{cases} 2x-2z=0 \\ 3x-3z=-6 \end{cases} \left|\begin{matrix} 3 \\ -2 \end{matrix}\right.$$

$0+0=12$

sistema impossibile

Es n: 3107 pag 256

$$\begin{cases} x+2y+z=-1 \\ 4x-5y+7z=6 \\ 5x-y-z=12 \end{cases} \left|\begin{matrix} 1 & -\cancel{7} \\ 0 & \cancel{1} \\ 1 & 0 \end{matrix}\right.$$

$$\begin{cases} 6x+y=11 \\ -3x-19y=13 \end{cases} \left|\begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}\right.$$

$-3\cancel{7}y=37$

$$\begin{cases} y=-1 \\ x=2 \\ z=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \\ z=-1 \end{cases}$$

Es n: 3113 pag 257

$$\begin{cases} 2x+3y-z+t=3 \\ x+y+z-t=3 \\ 2x+y-z=3 \\ y+3z-4t=3 \end{cases} \left|\begin{matrix} 1 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 4 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{matrix}\right.$$

$$\begin{cases} 5x+5y-z=9 \\ 10x+14y-2z=18 \\ 6x+4y=12 \end{cases} \left|\begin{matrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{matrix}\right.$$

$4y=0 \Rightarrow y=0$

$$\begin{cases} 5x-z=9 \\ 6x=12 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=0 \\ z=1 \\ t=0 \end{cases}$$

Es n: 3115 pag 257

$$\begin{cases} 2x+z=7 \\ y-t=2 \\ 3x+2y-z-2t=12 \\ x+2y+z+t=8 \end{cases} \left|\begin{matrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{matrix}\right.$$

$$\begin{cases} 3y+4x=18 \\ 6x+3y+2z=17 \\ 5x=15 \Rightarrow x=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y+4x=18 \\ y-t=2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3y=6 \\ y=+t+2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2 \\ t=0 \end{cases}$$

$z=1$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=2 \\ z=1 \\ t=0 \end{cases}$$

Es n: 4 pag 636 Y.1.0. p 1 scrivere l'equazione della circonferenza determinata dalle seguenti condizioni

(g): passa per i punti $A(1,1)$ $B(1,-1)$ $C(2,0)$

$x^2+y^2+ax+by+c=0$ equazione di tutte le circonferenze del piano.

$$\begin{cases} 1+1+a+b+c=0 \\ 1+1+a-b+c=0 \\ 4+2a+c=0 \end{cases}$$
condizione perché la circonferenza passi per A.
condizione perché la circonferenza passi per B
condizione perché la circonferenza passi per C.

$$\left.\begin{cases} a+b+c=-2 \\ a-b+c=-2 \\ 2a+c=-4 \end{cases}\right| \begin{matrix} 2 & 1 \\ 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{matrix}$$

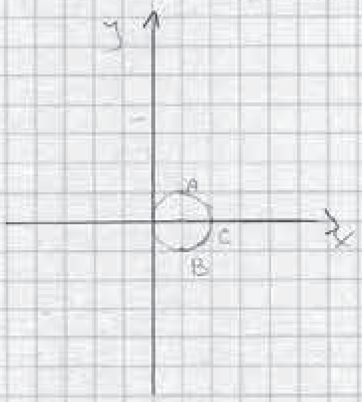
$$2b=0 \Rightarrow \begin{cases} b=0 \\ 2b+c=0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=0 \\ a=-2 \\ b=0 \end{cases}$$

$x^2+y^2-2x=0$ equazione della circonferenza che passa per i punti A, B, C.

$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=\frac{1}{2}\sqrt{4}=1$

$$C\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a=1 \\ y=-\frac{1}{2}b=0 \end{cases}$$



(i): ha per diametro il segmento di estremi $A(3,-2)$ e $B(-2,5)$

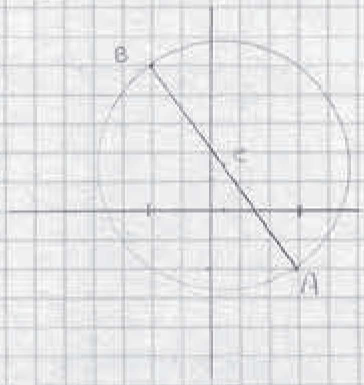
$$C\begin{cases} x=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{1}{2} & \text{ascissa del centro della circonferenza} \\ y=\frac{y_1+y_2}{2}=\frac{3}{2} & \text{ordinata del centro della circonferenza} \end{cases}$$

$r^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=\left(\frac{1}{2}+2\right)^2+\left(5-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}+\frac{49}{4}=\frac{74}{4}$ misura del raggio al quadrato

$\left(x-\frac{1}{2}\right)^2+\left(y-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{74}{4}$

$x^2-x+\frac{1}{4}+y^2-3y+\frac{9}{4}-\frac{74}{4}=0$

$x^2+y^2-x-3y-16=0$



21 o) passa per il punto (1, -3) ed è concentrica alla circonferenza $x^2+y^2-2x+4y-1=0$

$x^2+y^2-2x+4y-1=0$

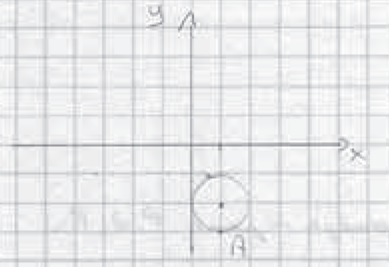
$C\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a=1 \\ y=-\frac{1}{2}b=-2 \end{cases}$ } coordinate del centro della circonferenza

$r^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=(1-1)^2+(-3+2)^2=1$

$(x-1)^2+(y+2)^2=1$

$x^2-2x+1+y^2+4y+4-1=0$

$x^2+y^2-2x+4y+4=0$ equazione della circonferenza.



p): è tangente alla retta $y=2x+3$ e ha il centro nel punto $C(-1,2)$

$y=mx+n$ equazione ~~delle~~ della retta del piano escluse quelle parallele asse y.

$\begin{cases} 2m=-1 \\ 2=-m+n \end{cases}$ (prodotto dei coefficienti angolari (m e 2) uguale a ~~meno~~ -1) condizione perché la retta passi per C.

$\begin{cases} m=-\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2}+2=n \end{cases}$ $\begin{cases} n=\frac{3}{2} \\ m=-\frac{1}{2} \end{cases}$

$y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}$ equazione della retta passante per C e perpendicolare alla data

$\begin{cases} y=2x+3 \\ y=-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2} \end{cases}$ $\begin{cases} -\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}=2x+3 \\ y=2x+3 \end{cases}$ $\begin{cases} -x+3=4x+6 \\ y=2x+3 \end{cases}$ $\begin{cases} 5x=-3 \\ y=2x+3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{3}{5} \\ y=-\frac{6}{5}+3 \end{cases}$ $\begin{cases} x=-\frac{3}{5} \\ y=\frac{9}{5} \end{cases}$ } coordinate del punto di intersezione tra le 2 rette

$C(-1,2)$ $D(-\frac{3}{5},\frac{9}{5})$

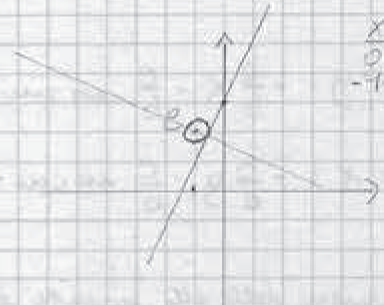
$r^2=(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2=(-1+\frac{3}{5})^2+(\frac{9}{5}-2)^2=\frac{4}{25}+\frac{1}{25}=\frac{5}{25}$

$(x+1)^2+(y-2)^2=\frac{5}{25}$

$x^2+2x+1+y^2-4y+4-\frac{5}{25}=0$

$x^2+y^2+2x-4y+\frac{120}{25}=0$

$x^2+y^2+2x-4y+\frac{24}{5}=0$



x	y
0	3
-1	1

(4) passa per i punti $P(1,2)$ $Q(1,3)$ $R(2,3)$

$x^2+y^2+ax+by+c$ equazione generale di tutte le circonferenze del piano

$$\begin{cases} 1+4+a+2b+c=0 & \text{impongo il passaggio per } A \\ 1+9+a+3b+c=0 & \text{condizione perché la circonferenza passi per } B \\ 4+9+2a+3b+c=0 & \text{impongo il passaggio per } C. \end{cases}$$

$$\left\{\begin{array}{l} a+2b+c=-5 \\ a+3b+c=-10 \\ 2a+3b+c=-13 \end{array}\right. \left|\begin{array}{cc} -1 & -2 \\ +1 & 0 \\ 0 & 1 \end{array}\right.$$

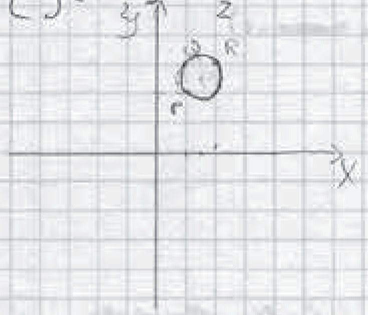
$$\begin{cases} +b=-5 \\ -b-c=-3 \end{cases} \quad \begin{cases} b=-5 \\ 5+3=c \end{cases}$$

$$\begin{cases} c=8 \\ b=-5 \\ a=-3 \end{cases}$$

$x^2+y^2-3x-5y+8=0$ equazione della circonferenza che passa per i punti P, Q, R

$r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c} = \frac{1}{2}\sqrt{9+25-32} = \frac{1}{2}\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$$C\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a = \frac{3}{2} \\ y=-\frac{1}{2}b = \frac{5}{2} \end{cases}$$



$ax+by+c=0$ equazione generale di tutte le rette del piano

$ax+c=0$ equazione delle rette parallele all'asse y.

$by+c=0$ equazione delle rette parallele all'asse x

$y=mx+n \Rightarrow y=-\frac{a}{b}x-\frac{c}{b}$ in cui sicuramente è $b\neq 0$ e quindi la equazione esclude tutte le rette parallele all'asse y

$x=ky+h \Rightarrow x=-\frac{b}{a}y-\frac{c}{a}$ in cui sicuramente è $a\neq 0$ e quindi l'equazione esclude tutte le rette parallele all'asse x

$ax+by+\cancel{c}=0$ equazione delle rette passanti per l'origine

$5x+ly+1=0$ equazione delle rette che non passano per o

$5x+ly+1=0 \Rightarrow \frac{a}{c}x+\frac{b}{c}y+1=0$ in cui sicuramente è $c\neq 0$ e quindi esclude tutte le rette passanti per l'origine

$x^2+y^2=25 \qquad P(8,0)$

$y = mx+n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y

$8m+n=0$

$n=-8m$

$y=mx+n \Rightarrow y=mx-8m$ equazione del fascio di rette passanti per P escluse quella parallela all'asse y

$$\begin{cases} x^2+y^2=25 \\ y=mx-8m \end{cases}$$

$x^2+(mx-8m)^2=25$

$x^2+m^2x^2-16m^2x+64m^2-25=0$

$(1+m^2)x^2-16m^2x+64m^2-25=0$ equazione che ammette come soluzioni le ascisse dei punti d'incontro tra la circonferenza e la retta

$64m^4-(1+m^2)(64m^2-25)=0$

$64m^4-64m^2+25-64m^4+25m^2=0$

$-39m^2+25=0$

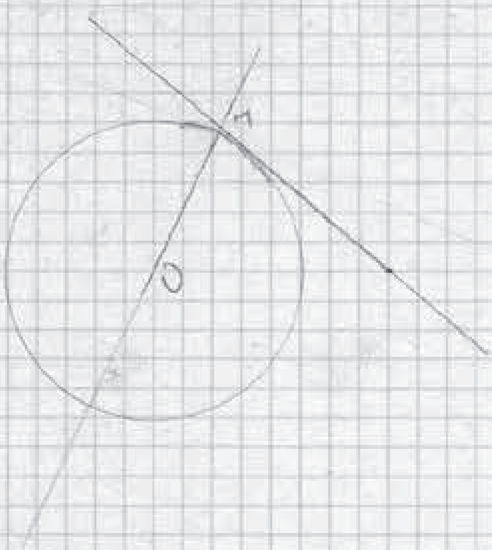
$39m^2=25$

$m=\pm\sqrt{\frac{25}{39}}$

$m=\frac{\pm5\sqrt{39}}{39}$

$$\left.\begin{array}{l} m_1=-\frac{5\sqrt{39}}{39} \\ n_1=\frac{40}{39}\sqrt{39} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad y=-\frac{5}{39}\sqrt{39}\,x+\frac{40}{39}\sqrt{39}$$ equazione della tangente

$$\left.\begin{array}{l} m_2=\frac{5\sqrt{39}}{39} \\ n_2=-\frac{40}{39}\sqrt{39} \end{array}\right\} \Rightarrow \quad y=\frac{5}{39}\sqrt{39}\,x-\frac{40}{39}\sqrt{39}$$ equazione della tangente



bisogna imporre il passaggio PER P.(0,0)

$n = -8m$

$y = mx + n$ $\quad O(0,0)$

$mx - y + 8m = 0$

$$\frac{|8m|}{\sqrt{m^2+1}} = 5$$ condizione perché le rette del fascio del centro P siano tangenti alla circonferenza è ponendo uguale il raggio

~~però imponendo il passaggio~~

$$|8m| = 5\sqrt{m^2+1}$$

$$64m^2 = 25m^2 + 25$$

$$39m^2 = 25$$

$$m = \pm\frac{5}{\sqrt{39}} = \pm\frac{5\sqrt{39}}{39}$$

ESERCIZIO

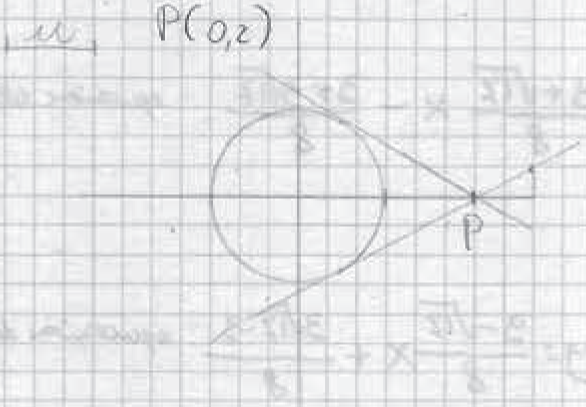
24

Della circonferenza

$$x^2+y^2=1$$

calcolate le tangenti condotte da $P(0,2)$ e da $Q(3,3)$ e da $M(-1,4)$.

A: $P(0,2)$



l'equazione della tangente saranno del tipo:

$$y=mx+n$$

poiché non sono parallele all'asse delle y.

$n=2$ impongo il passaggio per P.

$mx-y+2=0$ equazione ridotta a forma del fascio di rette del centro P esclusa quella parallela all'asse y

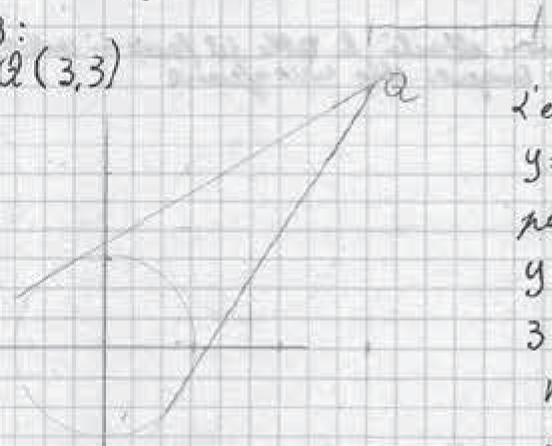
$$\frac{2}{\sqrt{m^2+1}}=1$$ condizione perché le rette del fascio di centro P siano tangenti alla circonferenza

$$2=\sqrt{m^2+1}$$
$$4=m^2+1$$
$$m^2=3$$
$$m=\pm\sqrt{3}$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1=\sqrt{3} \\ n_1=2 \end{array}\right\} \Rightarrow y=x\sqrt{3}+2$$ equazione della tangente

$$\left.\begin{array}{l} m_2=-\sqrt{3} \\ n_2=2 \end{array}\right\} \Rightarrow y=-x\sqrt{3}+2$$ equazione della tangente

B: $Q(3,3)$



L'equazioni delle tangenti saranno del tipo

$y=mx+n$

poiché non sono parallele all'asse y.

$y=mx+n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quella parallele all'asse y

$3m+n=3$ impongo il passaggio per Q

$n=3-3m$

$mx-y-3m+3=0$ equazione del fascio di rette di centro P escluso quello parallelo all'asse y.

$$\frac{|-3m+3|}{\sqrt{m^2+1}}=1$$ condizione perché le rette del fascio di centro P siano tangenti alla circonferenza

$$|-3m+3|=\sqrt{m^2+1}$$

$$9m^2 - 18m + 9 = m^2 + 1$$

$$8m^2 - 18m + 8 = 0$$

$$4m^2 - 9m + 4 = 0$$

$$m = \frac{9 \pm \sqrt{81-64}}{8} = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{8}$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1 = \dfrac{9+\sqrt{17}}{8} \\ n_1 = -\dfrac{3}{8} - \dfrac{3}{8}\sqrt{17} \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{9+\sqrt{17}}{8}x - \frac{3+3\sqrt{17}}{8}$$ equazione della tangente

$$\left.\begin{array}{l} m_2 = \dfrac{9-\sqrt{17}}{8} \\ n_2 = -\dfrac{3}{8} + \dfrac{3}{8}\sqrt{17} \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{9-\sqrt{17}}{8}x + \frac{3\sqrt{17}-3}{8}$$ equazione della tangente

c:

questo no perché è una delle parallelo all'asse y.

$M(-1,4)$ una delle 2 tangenti è parallela all'asse y e la sua equazione è: $x=-1$

l'equazione dell'altra tangente sarà del tipo $y = mx+n$ poiché non è parallela all'asse y

$$y = mx + n$$

$-m+n = 4$ impongo il passaggio per M.

$$n = m+4$$

$mx - y + m + 4 = 0$ equazioni del fascio di rette di centro P escluse quella parallela all'asse y.

$$\frac{|m+4|}{\sqrt{m^2+1}} = 1$$ condizione affinché le rette del fascio di centro P siano tangenti alla circonferenza

$$|m+4| = \sqrt{m^2+1}$$

$$m^2 + 8m + 16 = m^2 + 1$$

$$8m = -15$$

$$m = -\frac{15}{8}$$

$$\left.\begin{array}{l} m = -\dfrac{15}{8} \\ n = \dfrac{17}{8} \end{array}\right\} \Rightarrow y = -\frac{15}{8}x + \frac{17}{8}$$ equazione della tangente

25 A:

$y = mx + n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y.

$n = 2$ impongo il passaggio per P

$\begin{cases} y = mx + 2 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ equazione del fascio di rette di centro P escluse quella parallela all'asse y.

$x^2 + (mx + 2)^2 - 1 = 0$ equazione che con le sue soluzioni dà le ascisse dei punti di intersezione fra la retta e la circonferenza.

$x^2 + m^2x^2 + 4mx + 4 - 1 = 0$

$(m^2 + 1)x^2 + 4mx + 3 = 0$

$\frac{\Delta}{4} = 0$

$4m^2 - 3m^2 - 3 = 0$

$m^2 = 3$

$m = \pm\sqrt{3}$

$\left.\begin{array}{l} m_1 = \sqrt{3} \\ n_1 = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow y = x\sqrt{3} + 2$ equazione della tangente

$\left.\begin{array}{l} m_2 = -\sqrt{3} \\ n_2 = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow y = -x\sqrt{3} + 2$ equazione della tangente

B:

$y = mx + n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y.

$n + 3m = 3$ impongo il passaggio per P.

$n = 3 - 3m$

$\begin{cases} y = mx - 3m + 3 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$ equazione del fascio di rette di centro P escluso quella parallela all'asse y.

$x^2 + (mx - 3m + 3)^2 - 1 = 0$ equazione che con le sue soluzioni dà le ascisse dei punti di intersezione fra la retta e la circonferenza

$x^2 + m^2x^2 + 9m^2 + 9 - 6m^2x + 6mx - 18m - 1 = 0$

$(m^2 + 1)x^2 + (6m - 6m^2)x + 9m^2 - 18m + 8 = 0$

$\Delta = 0 \Rightarrow 36m^4 + 36m^2 - 72m^3 - 4(m^2 + 1)(9m^2 - 18m + 8) = 0$

$\cancel{36m^4} + \cancel{36m^2} - \cancel{72m^3} - \cancel{36m^4} - \cancel{36m^2} + \cancel{72m^3} + 72m - 32m^2 - 32 = 0$

$4m^2 - 9m + 4 = 0$

$m = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 64}}{8} = \frac{9 \pm \sqrt{17}}{8}$

$\left.\begin{array}{l} m_1 = \frac{9 + \sqrt{17}}{8} \\ n_1 = \frac{-3 - 3\sqrt{17}}{8} \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{9 + \sqrt{17}}{8}x - \frac{3 + 3\sqrt{17}}{8}$ equazione della tangente

$$m_2 = \frac{9-\sqrt{17}}{8}$$
$$n_2 = \frac{-3+3\sqrt{17}}{8}$$
$$\Rightarrow y = \frac{9-\sqrt{17}}{8}x + \frac{3\sqrt{17}-3}{8}$$ equazione della tangente

C: una fra le due equazioni da trovare è:

$x = -1$

perché la tangente è parallela all'asse delle y.

$y = mx + n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y.

$-m + n = 4$ impongo il passaggio per M.

$n = 4 + m$

$$\begin{cases} y = mx + m + 4 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases}$$

$y = mx + m + 4$ equazione del fascio di rette di centro P escluse quelle parallele all'asse delle y.

$x^2 + (mx + m + 4) - 1 = 0$ equazione che con le sue soluzioni dà le ascisse dei punti di intersezione tra la retta e la circonferenza.

$$x^2 + m^2x^2 + m^2 + 16 + 2m^2x + 8mx + 8m - 1 = 0$$
$$(m^2+1)x^2 + 2(m^2+4m)x + m^2 + 8m + 15 = 0$$

$$\frac{\Delta}{4} = 0$$

$$(m^2+4m)^2 - (m^2+1)(m^2+8m+15) = 0$$
$$m^4 + 8m^3 + 16m^2 - m^4 - 8m^3 - 15m^2 - m^2 - 8m - 15 = 0$$

$$8m = -15$$

$$m = -\frac{15}{8}$$
$$n = \frac{17}{8}$$
$$\Rightarrow y = -\frac{15}{8}x + \frac{17}{8}$$ equazione della tangente

26 ESERCIZIO

$x^2+y^2-6x=0$

trovare le tangenti condotte dal punto $P(0,2)$ e $P(-1,1)$

A: $P(0,2)$

$y=mx+n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y.

$n=2$ impongo il passaggio per P.

$$\begin{cases} y=mx+2 \\ x^2+y^2-6x=0 \end{cases}$$ equazione del fascio di rette di centro P esclusa quella parallela all'asse y.

$x^2+(mx+2)^2-6x=0$ equazione che con le sue soluzioni dà le ascisse dei punti di intersezione fra la circonferenza e la retta (generica)

$x^2+m^2x^2+4mx-6x+4=0$

$(m^2+1)x^2+2(2m-3)x+4=0$

$\frac{\Delta}{4}=0$

$(2m-3)^2-4m^2-4=0$

$4m^2-12m+9-4m^2-4=0$

$-12m=-5$

$m=+\frac{5}{12}$

$$\begin{cases} m=-\frac{1}{3} \\ n=2 \end{cases} \Rightarrow y=+\frac{5}{12}x+2$$ equazione della tangente

B: $P(-1,1)$

$y=mx+n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y.

$n=m+1$ impongo il passaggio per P.

$$\begin{cases} y=mx+m+1 \\ x^2+y^2-6x=0 \end{cases}$$ equazione del fascio di rette di centro P esclusa quella parallela all'asse y.

$x^2+(mx+m+1)^2-6x=0$ equazione che con le sue soluzioni dà le ascisse dei eventuali punti di intersezione fra la circonferenza e la retta (generica del fascio di centro P)

$x^2+m^2x^2+m^2+1+2m^2x+2mx+2m-6x=0$

$(m^2+1)x^2+2(m^2+m-3)x+m^2+2m+1=0$

$\frac{\Delta}{4}=0$

$(m^2+m-3)^2-(m^2+1)(m^2+2m+1)=0$

$m^4+m^2+9+2m^3-6m^2-6m-m^4-2m^3-m^2-m^2-2m-1=0$

$-7m^2-8m+8=0$

$7m^2+8m-8=0$

$$m = \frac{-8 \pm \sqrt{64+224}}{14} = \frac{-8 \pm 12\sqrt{2}}{14}$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1 = \dfrac{-8+12\sqrt{2}}{14} \\ n_1 = \dfrac{6+12\sqrt{2}}{14} \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{-8+12\sqrt{2}}{14}x + \frac{6+12\sqrt{2}}{14}$$ equazione della tangente

$$\left.\begin{array}{l} m_2 = \dfrac{-8-12\sqrt{2}}{14} \\ n_2 = \dfrac{6-12\sqrt{2}}{14} \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{-8-12\sqrt{2}}{14}x + \frac{6-12\sqrt{2}}{14}$$ equazione della tangente

A: $P(0,2)$

$y=mx+n$ equazione di tutte le ~~[illegible]~~ rette del piano escluse quelle parallele all'asse y

$n=2$ impongo il passaggio per P.

$y=mx+2$ ~~equa~~ equazione del fascio di rette di centro P.

$mx-y+2$

distanza del centro uguale al raggio:

$$C\begin{cases} x = -\frac{1}{2}a = 3 \\ y = -\frac{1}{2}b = 0 \end{cases} \qquad C(3,0)$$

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{36} = 3 \qquad r = 3$$

$$\frac{|3m+2|}{\sqrt{m^2+1}} = 3$$ condizione perché le rette del fascio di centro P siano tangenti alla circonferenza

$$|3m+2| = 3\sqrt{m^2+1}$$

$$9m^2+12m+4 = 9m^2+9$$

$$12m = 5$$

$$m = \frac{5}{12}$$

$$\left.\begin{array}{l} m = \frac{5}{12} \\ n = 2 \end{array}\right\} \Rightarrow y = \frac{5}{12}x + 2$$ equazione della tangente

27 B: $P(-1,1)$

$y=mx+n$ equazione delle rette del piano esclusa quelle parallele all'asse y.

$n=m+1$

$y=mx+m+1$ equazione del fascio di rette di centro P.

distanza dal centro uguale al raggio

$$C\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a=3 \\ y=-\frac{1}{2}b=0 \end{cases} \qquad C(3,0)$$

$$r=\frac{1}{2}\sqrt{36}=3 \qquad r=3$$

$$mx-y+m+1=0$$

$$\frac{|3m+m+1|}{\sqrt{m^2+1}}=3$$ condizione perchè le rette del fascio di centro P siano tangenti alla circonferenza

$$\frac{|4m+1|}{\sqrt{m^2+1}}=3$$

$$|4m+1|=3\sqrt{m^2+1}$$

$$16m^2+8m+1=9m^2+9$$

$$7m^2+8m-8=0$$

$$m=\frac{-8\pm\sqrt{64+224}}{14}=\frac{-8\pm12\sqrt{2}}{14}$$

$$\left.\begin{array}{l} m_1=\frac{-8+12\sqrt{2}}{14} \\ n_1=\frac{6+12\sqrt{2}}{14} \end{array}\right\} \Rightarrow y=\frac{-8+12\sqrt{2}}{14}x+\frac{6+12\sqrt{2}}{14}$$ equazione della tangente.

$$\left.\begin{array}{l} m_2=\frac{-8-12\sqrt{2}}{14} \\ n_2=\frac{6-12\sqrt{2}}{14} \end{array}\right\} \Rightarrow y=\frac{-8-12\sqrt{2}}{14}x+\frac{6-12\sqrt{2}}{14}$$ equazione della tangente.

$A(2,3)$ $B(-1,5)$

$y = 3x + 2$

Trovare l'equazione della circonferenza che passa per i punti A e B ed è tangente alla retta di equazione data.

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

$4 + 9 + 2a + 3b + c = 0$ impongo il passaggio per A (condizione perché la circonferenza passi per A)

$2a + 3b + c = -13$

$1 + 25 - a + 5b + c = 0$ condizione perché la circonferenza passi per B.

$-a + 5b + c = -26$

$$C\begin{cases} x = -\frac{1}{2}a \\ y = -\frac{1}{2}b \end{cases}$$

$r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c}$

$$\frac{\left|-\frac{3}{2}a + \frac{1}{2}b + 2\right|}{\sqrt{9+1}}$$

$$\left|-\frac{3}{2}a + \frac{1}{2}b + 2\right| = \frac{1}{2}\sqrt{10a^2 + 10b^2 - 40c}$$

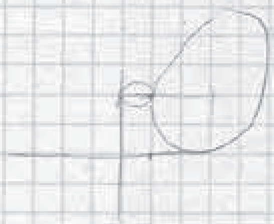
$$\begin{cases} 2a + 3b + c = -13 \\ -a + 5b + c = -26 \\ \left|-\frac{3}{2}a + \frac{1}{2}b + 2\right| = \frac{1}{2}\sqrt{10a^2 + 10b^2 - 40c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a + 3b + c = -13 \\ -a + 5b + c = -26 \\ \frac{9}{4}a^2 + \frac{1}{4}b^2 + 4 - \frac{3}{2}ab - 6a + 2b = \frac{10}{4}a^2 + \frac{10}{4}b^2 - 10c \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a^2 + b^2 + 16 - 6ab - 24a + 8b = 10a^2 + 10b^2 - 40c \\ 2a + 3b + c = -13 \\ -a + 5b + c = -26 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a+3b+c=-13 \\ -a+5b+c=-26 \\ \left|-\frac{3}{2}a+\frac{1}{2}b+2\right| = \frac{1}{2}\sqrt{10a^2+10b^2-40c} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2a+3b=-13-c \\ -a+5b=-26-c \end{cases} \begin{matrix} 1 \\ 2 \end{matrix}$$



$$13b = 65-3c$$

$$\begin{cases} b = 5-\frac{3}{13}c \\ a = -14-\frac{2}{13}c \end{cases}$$

$$\left|-\frac{3}{2}\cdot\left(-14-\frac{2}{13}c\right)+\frac{1}{2}\left(5-\frac{3}{13}c\right)+2\right| = \frac{1}{2}\sqrt{10\left(-14-\frac{2}{13}c\right)^2+10\left(5-\frac{3}{13}c\right)-40c}$$

$$\left|21+\frac{3}{13}c+\frac{5}{2}-\frac{3}{26}c+2\right| = \frac{1}{2}\sqrt{10\left(196+\frac{56}{13}c+\frac{4}{169}c^2\right)+10\left(25-\frac{30}{13}c+\frac{9}{169}c^2\right)-40c}$$

$$\left|\frac{546+6c+65-3c+52}{26}\right| = \frac{1}{2}\sqrt{1960+\frac{560}{13}c+\frac{40}{169}c^2+250-\frac{300}{13}c+\frac{90}{169}c^2-40c}$$

$$\frac{663+3c}{26} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{331240+7280c+40c^2+42250-3900c+90c^2-6760c}{169}}$$

$$\frac{51}{2}+\frac{3}{26}c = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{373490-3380c+130c^2}{169}}$$

$$\frac{51}{2}+\frac{3}{26}c = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{28730-260c+10c^2}{13}}$$

$$\frac{51}{2}+\frac{3}{26}c = \frac{1}{2}\sqrt{2210-20c+\frac{10}{13}c^2}$$

$$\frac{663+3c}{26} = \frac{1}{2}\sqrt{2210-20c+\frac{10}{13}c^2}$$

$$\frac{439569+9c^2+3978c}{26} = \frac{1105}{2}-5c+\frac{10}{52}c^2$$

$$879138+18c^2+7356c = 28730-260c+10c^2$$

$$8c^2+850408+8216c=0$$

$$8c^2+8216c+850408=0$$

$$c^2+1027c+106301=0$$

27) Es n. 4 pag 636

scrivere l'equazione della circonferenza che:

e: è tangente alla retta $5x-12y+9=0$ e ha il centro nel punto $C(1,-1)$

$$r=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|5+12+9|}{\sqrt{25+144}}=\frac{26}{\sqrt{169}}=\frac{26}{13}=2$$

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$$
$$(x-1)^2+(y+1)^2=4$$
$$x^2-2x+1+y^2+2y+1=4$$
$$x^2+y^2-2x+2y-3=0$$

l: ha per diametro il segmento di estremi $A(-1,3)$ e $B(-2,5)$;

$$C\begin{cases} x=\frac{x_1+x_2}{2} = x=-\frac{3}{2} \\ y=\frac{y_1+y_2}{2} = y=4 \end{cases} \qquad r=\sqrt{\left(\frac{3}{2}-1\right)^2+1}=\sqrt{\left(\frac{3-2}{2}\right)^2+1}=\sqrt{\frac{1}{4}+1}=\sqrt{\frac{5}{4}}=\frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$$
$$\left(x+\frac{3}{2}\right)^2+(y-4)^2=\frac{5}{4}$$
$$x^2+3x+\frac{9}{4}+y^2-8y+16-\frac{5}{4}=0$$
$$x^2+y^2+3x-8y+17=0$$

m: ha il centro nell'origine e passa per il punto $A(3,4)$;

$$r=\sqrt{9+16}=5$$
$$x^2+y^2=25$$

d: è tangente alla retta $3x-4y+20=0$ e ha il centro nell'origine;

$$r=\frac{|ax+by+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{20}{\sqrt{9+16}}=\frac{20}{5}=4$$

$$x^2+y^2=16$$

f: Passa per i punti $A(3,1)$ e $B(-1,3)$ e ha il centro sulla retta $3x-y-2=0$

$$P\begin{cases} x=\frac{x_1+x_2}{2}=1 \\ y=\frac{y_1+y_2}{2}=2 \end{cases}$$

$$y=3x-2$$

$$y=mx+n$$

$$2=m*n$$

$$\begin{cases} n=2-m \\ 3m=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} m=-\frac{1}{3} \\ n=2+\frac{1}{3} \end{cases} \quad \begin{cases} n=\frac{7}{3} \\ m=-\frac{1}{7} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3} \\ y=3x-2 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x-2=-\frac{1}{3}x+\frac{7}{3} \\ y=3x+2 \end{cases} \quad \begin{cases} 9x-6=-x+7 \\ y=3x-2 \end{cases} \quad \begin{cases} 10x=13 \\ y=3x-2 \end{cases} \quad \begin{cases} x=\frac{13}{10} \\ y=\frac{3}{5} \end{cases}$$

$$r=\sqrt{\left(\frac{13}{10}-3\right)^2+\left(\frac{3}{5}-1\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{17}{10}\right)^2+\left(-\frac{2}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{289}{100}+\frac{4}{25}}=\sqrt{\frac{305}{100}}=\sqrt{\frac{61}{20}}$$

$$\left(x-\frac{13}{10}\right)^2+\left(y-\frac{3}{5}\right)^2=\frac{61}{20}$$

$$x^2-\frac{13}{5}x+\frac{169}{100}+y^2-\frac{6}{5}y+\frac{9}{25}-\frac{61}{20}=0$$

$$x^2+y^2-\frac{13}{5}x-\frac{6}{5}y+\frac{169}{100}+\frac{9}{25}-\frac{61}{20}=0$$

Compito 28.11.1983:

In un R.C.O. sono dati i punti $A(-2, 7)$, $B(4, 7)$, $C(-3, 0)$

Determinare:

1) l'equazione, il raggio e il centro della circonferenza che passa per quei punti.
2) l'equazione delle tangenti alla circonferenza condotte dal punto $P(5, 0)$

31 Esercizio:

Interpretare in un R.C.O l'equazione:

$$3x^2+5y^2=2$$

$$\frac{3}{2}x^2+\frac{5}{2}y^2=1$$

$$\frac{x^2}{\frac{2}{3}}+\frac{y^2}{\frac{2}{5}}=1$$

$$a^2=\frac{2}{3}$$

$$b^2=\frac{2}{5}$$

$$c^2=\frac{2}{3}-\frac{2}{5}=\frac{10-6}{15}=\frac{4}{15}$$

$$e=\frac{\sqrt{\frac{4}{15}}}{\sqrt{\frac{2}{3}}}=\sqrt{\frac{4}{15}\cdot\frac{3}{2}}=\sqrt{\frac{2}{5}}=\frac{\sqrt{10}}{5}$$

Esercizio:

Scrivere l'equazione dell'ellisse riferita ai propri assi di simmetria che ha l'asse maggiore di 10 m e la distanza focale di 8 m e con i fuochi sull'asse x.

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$2a=10 \Rightarrow a=5$$

$$2c=8 \Rightarrow c=4$$

$$b=\sqrt{a^2-c^2}=\sqrt{25-16}=3$$

$$\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$$

Es n° 60 pag 644 calcolare la misura dei semiassi e le coordinate dei fuochi delle seguenti ellissi:

$\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{9}=1$

semiasse focale = 4

semiasse afocale = 3

$F_1(-c, 0) = (\sqrt{7}, 0)$

$F_2(c, 0) = (\sqrt{7}, 0)$

$\frac{x^2}{36}+\frac{y^2}{4}=1$

semiasse focale: 6

semiasse afocale: 2

coordinata $c=\sqrt{a^2-b^2} = \sqrt{36-4} = \sqrt{32}$

$F_1(-\sqrt{32}, 0)$

$F_2(\sqrt{32}, 0)$

Es n° 64 pag 644 Scrivere l'equazione dell'ellisse che ha il semiasse maggiore uguale a 5 e che passa per il punto (3,1)

$a=5$

l'equazione dell'ellisse sarà del tipo:

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{9}{25}+\frac{1}{b^2}=1$ impongo il passaggio per il punto

$9b^2+25=25b^2$

$16b^2=25$

$b=\frac{5}{4}$

$\frac{x^2}{5}+\frac{y^2}{\frac{25}{16}}=1$ equazione dell'ellisse.

Es n° 65 pag 645 Scrivere l'equazione dell'ellisse che ha il semiasse minore uguale a $\sqrt{2}$ e passa per il punto (2,1)

$b=\sqrt{2}$

l'equazione dell'ellisse sarà del tipo:

$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$

$\frac{4}{a^2}+\frac{1}{2}=1$

$8+a^2=2a^2$

$a=\sqrt{8}$

$\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{2}=1$

32 Es n: 75 pag 646 Scrivere l'equazione dell'ellisse, di cui il grafico della equazione $5x-2y+10=0$ ne congiunge 2 vertici

$$\begin{cases} 5x-2y+10=0 \\ x=0 \text{ asse } y \end{cases}$$

$y=5$ semiasse maggiore

$$\begin{cases} 5x-2y+10=0 \\ y=0 \text{ asse } x \end{cases}$$

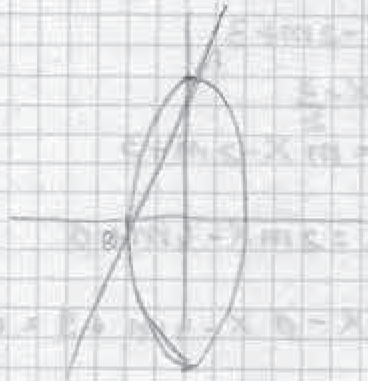
$x=-2$ semiasse minore

$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$

$a=5$

$b=-2$

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{25}=1$



oppure:

$A(0,a)$

$B(-b,0)$

$\frac{x^2}{b^2}+\frac{y^2}{a^2}=1$ equazione di tutte le ellissi con i fuochi sull'asse y.

$5x-2y+10=0$

$-2a+10=0$ condizione perché l'ellisse passi per A

$a=5$

$5x-2y+10=0$

$-5b+10=0$ condizione perché l'ellisse passi per B

$b=-2$

$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{25}=1$

$2y - 6x + 3 = 0 \qquad P(2,3)$

equazione della retta passante per P e parallela alla data.

l'equazione data non è parallela all'asse y e nemmeno la retta cercata lo è, quindi è del tipo:

$y = mx + n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y

$3 = 2m + n$ impongo il passaggio per P

$n = 3 - 2m$

$$\begin{cases} y = mx - 2m + 3 \\ y = 3x - \frac{3}{2} \end{cases}$$

$3x - \frac{3}{2} = mx - 2m + 3$

$6x - 3 = 2mx - 4m + 6$

$2mx - 6x - 4m + 9 = 0$

$2mx - 6x = 4m - 9$

$(2m - 6)x = 4m - 9$

$x = \frac{4m - 9}{2m - 6}$

$2m - 6 = 0$ condizione di parallelismo

$m = 3$

$y = 3x - 6 + 3$

$y = 3x - 3$ equazione della retta passante per P e parallela alla data.

oppure:

$y = mx - 2m + 3$ equazione del fascio di rette di centro P esclusa quella parallela all'asse y.

condizione di parallelismo: coefficienti angolari uguali.

$y = 3x - \frac{3}{2}$

3 = coefficiente angolare

$m = 3$

$y = 3x - 6 + 3$

$y = 3x - 3$ equazione della retta passante per P e parallela alla data

33) $x^2 - x + 5 > 0$

$\Delta < 0$.

sol: $\forall x \in R$

per ogni x appartenenente all'insieme dei numeri reali.

$x^2 - x + 5 < 0$

la disequazione è impossibile

$x^2 - 2x + 1 > 0$

$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 - 4}}{2} = 1$

$\Delta = 0$

gli zeri sono coincidenti, il polinomio assume il valore di a.

$x_1 + x_2 = \frac{-b}{2a} = 1$

sol: $x \neq 1$.

<u>Es n:1 pag 562</u> Risolvere la seguente disequazione:

$2x^2-9>0$

$2x^2>9$

$x^2>\frac{9}{2}$

$x=\pm\frac{3}{\sqrt{2}}$

$x<\frac{3}{\sqrt{2}}$ et $x>\frac{3}{\sqrt{2}}$

<u>Es n:2 pag 563</u> Risolvere la seguente disequazione

$x(x-4)>0$

$x^2-4x>0$

$x^2>4x$

$x_1=0$

$x_2=+4$

$x<0$ et $x>4$

$3x^2<4x+7$

$3x^2-4x-7<0$

$x=\frac{4\pm\sqrt{16+84}}{6}=\frac{4\pm10}{6}$ $x_1=-1$, $x_2=\frac{7}{3}$

$-1<x<\frac{7}{3}$

<u>Es n:25 pag 563</u> Risolvere la seguente disequazione

$\frac{x^2+4x}{6}+35>\frac{9x+36}{2}$

mcm = 6

$x^2+4x+210>27x+108$

$x^2-23x+102>0$

$x=\frac{23\pm\sqrt{528-408}}{2}=\frac{23\pm\sqrt{121}}{2}=\frac{23\pm11}{2}$ $x_1=6$, $x_2=17$

$x<6$ et $x>17$

Es n: 23 pag 571 Risolvere la seguente disequazione fratta:

$$\frac{-9x^2-12x-4}{2x^2-5x+2}<0$$

$$\frac{9x^2+12x+4}{2x^2-5x+2}>0$$

studio il segno del denominatore e del numeratore

$$2x^2-5x+2>0$$

$$x=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{4}=\frac{5\pm3}{4} \begin{cases} x_1=\frac{1}{2} \\ x_2=2 \end{cases}$$

$$x<\frac{1}{2} \text{ et } x>2$$

$$9x^2+12x+4>0$$

$$x=\frac{-6\pm\sqrt{36-36}}{9}=-\frac{2}{3}$$

$\forall \; x\neq-\frac{2}{3}$ il numeratore è <0

$x=\frac{2}{3}$ il numeratore è uguale a zero

Lo disequazione è soddisfatta per $x<\frac{1}{2}$ et $x>2$

$$\frac{f(x)}{g(x)}>0 \Rightarrow \left\{x<-\frac{2}{3} \text{ et } -\frac{2}{3}<x<\frac{1}{2} \text{ et } x>2\right\}$$

Es n: 24 pag 571 Risolvere la seguente disequazione fratta:

$$\frac{2x^2-x+3}{-3x^2+16x-5}>0$$

$$\frac{2x^2-x+3}{3x^2-16x+5}<0$$

$$2x^2-x+3<0$$

$$x=\frac{1\pm\sqrt{1-24}}{4}=\frac{1\pm\sqrt{-23}}{4} \text{ S.V.}$$

$$3x^2-16x+5<0$$

$$x=\frac{+8\pm\sqrt{64-15}}{3}=\frac{8\pm7}{3} \begin{cases} x_1=\frac{1}{3} \\ x_2=5 \end{cases}$$

$$\frac{f(x)}{g(x)}<0 \Rightarrow \left\{\frac{1}{3}<x<5\right\}$$

Es n° 30 pag 521 Risolvere la seguente disequazione fratta

$$\frac{2x-1}{x-3} < \frac{x+1}{x-1}$$

$mcm = (x-3)(x-1)$

$$\frac{(2x-1)(x-1)-(x+1)(x-3)}{(x-3)(x-1)} < 0$$

$$\frac{2x^2-\cancel{2x}-x+1-x^2+\cancel{3x}-x+3}{(x-3)(x-1)} < 0$$

$$\frac{x^2-x+4}{(x-3)(x-1)} < 0$$

Studio il segno del numeratore e del denominatore

x^2-x+4

$x = \frac{1 \pm \sqrt{1-16}}{2} = \frac{1 \pm \sqrt{-15}}{2}$ n.s.r.

$(x-3)(x-1) < 0$

$x_1 = 3$

$x_2 = 1$

$$\frac{f(x)}{g(x)} < 0 \Rightarrow \{1 < x < 3\}$$

35

$$\begin{cases} x-3>0 \Rightarrow x>3 \\ x-1>0 \Rightarrow x>1 \end{cases}$$

Il sistema è risolto per $x>3$

$$\begin{cases} x-3>0 \Rightarrow x>3 \\ x-1<0 \Rightarrow x<1 \end{cases}$$

Il sistema è impossibile perchè sono incompatibili fra loro.

$$\begin{cases} x^2+5<0 \\ x-2>0 \end{cases}$$

Il sistema è impossibile perchè una delle 2 disequazioni è impossibile.

$\sqrt{x-1} \geq x-3$

$$\begin{cases} \cancel{x-1\geq 0} \text{ superfluo perche contenuto nella terza} \\ x-3\geq 0 \\ x-1=(x-3)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq 3 \\ x-1=x^2-6x+9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x\geq 3 \\ x^2-7x+10=0 \end{cases}$$

$x^2-7x+10=0$

$x=\frac{7\pm\sqrt{49-40}}{2}=\frac{7\pm 3}{2}$ ↗ 2 ↘ 5

$-\sqrt{x-1} = x-3$

$x+1 = x^2-6x+9 \begin{cases} x_1 = 2 & \text{si} \\ x_2 = 5 & \text{no} \end{cases}$

Verifica

$-1=-1$

$-2=2$

Es n: 17 pag 571 Risolvere la seguente disequazioni fratte:

$$\frac{2x+1}{4x^2-9} - \frac{x}{2x+3} < \frac{x-3}{2x-3}$$

$$\frac{2x+1}{(2x+3)(2x-3)} - \frac{x}{2x+3} - \frac{x-3}{2x-3} < 0$$

$mcm = (2x+3)(2x-3)$

$$\frac{2x+1+(2x-3)\cdot -x+(2x+3)(3-x)}{(2x+3)(2x-3)} < 0$$

$$\frac{2x+1+3x-2x^2+6x-2x^2+9-3x}{(2x+3)(2x-3)} < 0$$

$$\frac{-4x^2+8x+10}{(2x+3)(2x-3)} < 0$$

studio il segno del numeratore e del denominatore

$-4x^2+8x+10 < 0$

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{16+40}}{-4} = \frac{-4 \pm 2\sqrt{14}}{-4} = \frac{-2 \pm \sqrt{14}}{-2} \begin{cases} x_1 = \frac{-2-\sqrt{14}}{-2} \\ x_2 = \frac{-2+\sqrt{14}}{-2} \end{cases}$$

$\forall\ x < \frac{+2-\sqrt{14}}{-2}$ et $\forall x > \frac{+2+\sqrt{14}}{-2}$ il numeratore è < 0

$(2x+3)(2x-3) < 0$

$x_1 = -\frac{3}{2}$

$x_2 = \frac{3}{2}$

$\forall\ -\frac{3}{2} < x < \frac{3}{2}$ il denominatore è < 0.

La disequazione è risolta per $x < -\frac{3}{2}$ et $\frac{2-\sqrt{14}}{-2} < x < \frac{3}{2}$ et $x > \frac{2+\sqrt{14}}{2}$

36 Eser. n: 18 pag 571 Risolvere la seguente equazione fratta.

$$\frac{3-3x}{x^2+3x-4} < \frac{3(x+1)}{x+4} - \frac{3x+1}{x-1}$$

$$\frac{3-3x}{(x+4)(x-1)} - \frac{3x+3}{x+4} + \frac{3x+1}{x-1} < 0$$

mcm $=(x+4)(x-1)$

$$\frac{3-3x+(1-x)(3x+3)+(3x+1)(x+4)}{(x+4)(x-1)} < 0$$

$$\frac{3-\cancel{3x}+\cancel{3x}+3-\cancel{3x^2}-3x+\cancel{3x^2}+12x+x+4}{(x+4)(x-1)} < 0$$

$$\frac{10x+10}{(x+4)(x-1)} < 0$$

studio il segno del numeratore e del denominatore.

$10x+10<0$

$\forall\ x<-1$ il ~~denominatore~~ numeratore è <0

$(x+4)(x-1)<0$

$x_1=-4$

$x_2=1$

$\forall\ -4<x<1$ il denominatore è <0.

la disequazione è risolta per

$x<-4$ et $-1<x<1$

Es n: 19 pag 571   Risolvere la seguente equazione fratta.

$$\frac{x^2+x-2}{x^2-10+21} < \frac{x-1}{x-3} + \frac{3(x+1)}{x-7}$$

$$\frac{x^2+x-2}{(x-3)(x-7)} - \frac{x-1}{x-3} - \frac{3x+3}{x-7} < 0$$

mcm: $(x-3)(x-7)$

$$\frac{x^2+x-2+(1-x)(x-7)+(3-x)(3x+3)}{(x-3)(x-7)} < 0$$

$$\frac{\cancel{x^2}+x-2+x-\cancel{x^2}-7+7x+9x-3x^2+9-3x}{(x-3)(x-7)} < 0$$

$$\frac{-3x^2+15x}{(x-3)(x-7)} < 0$$

studio il segno del numeratore e del denominatore:

$-3x^2+15x<0$

$x_1=0$

$x_2=5$

$x<0$ et $x>5$ il numeratore è <0

$(x-3)(x-7)<0$

$x_1=3$

$x_2=7$

$3<x<7$ il denominatore è <0.

la disequazione è risolta per

$x<0$ et $3<x<5$ et $x>7$

37 Sul libro di seconda (Risolvere le seguenti equazioni irrazionali).

Es n: 1801 pag 278

$\sqrt{x+1}-2=0$

$\sqrt{x+1}=2$

$x+1=4$

$x=3$

Es n: 1802 pag 278

$2-\sqrt{x^2-5}=0$

$\sqrt{x^2-5}=2$

$x^2-5=4$

$x^2=9$

$x_1=-3$

$x_2=3$

Es n: 1821 pag 278

$2x+\sqrt{x+4}=2$

$\sqrt{x+4}=2-2x$

$\begin{cases} 2-2x>0 \\ \sqrt{x+4}=2-2x \end{cases}$

$\begin{cases} x<1 \\ x+4=4-8x+4x^2 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x^2-9x=0 \\ x<1 \end{cases}$

$\begin{cases} 4x^2-9x=0 < \begin{matrix} x_1=0 \\ x_2=\frac{9}{4} \text{ n.a.} \end{matrix} \\ x<1 \end{cases}$

Es n: 1823 pag 278

$x+1-\sqrt{5x-1}=0$

$\sqrt{5x-1}=x+1$

$\begin{cases} x+1\geq 0 \\ \sqrt{5x-1}=x+1 \end{cases}$

$\begin{cases} x\geq -1 \\ 5x-1=x^2+2x+1 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2-3x+2=0 \\ x\geq -1 \end{cases}$

$x=\frac{3\pm\sqrt{9-8}}{2}=\frac{3\pm 1}{2} < \begin{matrix} x_1=1 \\ x_2=2 \end{matrix}$

Es n: 1830 pag 278

$\sqrt{x^2+5x+1} = x+2$

$\begin{cases} x+2 > 0 \\ \sqrt{x^2+5x+1} = x+2 \end{cases}$

$\begin{cases} x > -2 \\ x^2+5x+1 = x^2+4x+4 \end{cases}$

$\begin{cases} x=3 \\ x>-2 \end{cases}$

Es n: 1826 pag 278

$\sqrt{5x+6} = 3+2x$

$\begin{cases} 3+2x > 0 \\ \sqrt{5x+6} = 3+2x \end{cases}$

$\begin{cases} x > -\frac{3}{2} \\ 5x+6 = 9+4x^2+12x \end{cases}$

$\begin{cases} 4x^2+7x+3=0 \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x = \frac{-7 \pm \sqrt{49-48}}{8} = \frac{-7 \pm 1}{8} \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = -\frac{3}{4} \end{cases} \\ x > -\frac{3}{2} \end{cases}$

32 come sapere se le radici di un'equazione sono maggiori o minori di un numero dato

$f(x)=x^2-6x+5=0$ 2

$\frac{\Delta}{4}=9-5=4>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(2)=4-12+5=-3<0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ il "2" è interno alle radici

Le radici dell'equazione sono una minore e una maggiore.

Scrivere l'equazione della circonferenza con centro sull'asse y.

$x^2+y^2+3x-2=0$

$M\left(\frac{1+7}{2}\right)=(4)$

$x^2-10x+16=0$ [1]

$\frac{\Delta}{4}=25-16=9>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(1)=1-10+16=7>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ che "1" è esterno all'intervallo delle radici dell'equazione

$\left(\frac{x_1+x_2}{2}\right)=-\frac{b}{2a}=\frac{10}{2}=5>1$ dunque «1» è esterno a sinistra.

$x^2 - 10x + 16 = 0$ 0

$\frac{\Delta}{4} = 25 - 16 = 9 > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(0) = 16 > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ che "0" è esterno all'intervallo delle radici.

$-\frac{b}{2a} = \frac{10}{2} = 5 > 0$ dunque "0" è esterno a sinistra.

$x^2 - 9x + 14 = 0$ 2

$\Delta = 81 - 56 > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$f(2) = 4 - 18 + 14 = 0 \Rightarrow x = 2$

$x = 9 - 2 = 7$

Esercizio: confrontare le radici dell'equazioni date con il numero dato.

A $2x^2-7x+3=0$ confrontare con il numero 1

B $3x^2-16x+5=0$ confrontare con il numero 6

C $4x^2-5x+1=0$ confrontare con il numero $\frac{1}{4}$

A:

$2x^2-7x+3=0$ confrontare con il numero 1

$\Delta = 49-24>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(1) = 2-7+3<0 \\ A>0 \end{array}\right\}$ ⇒ che «1» è interno alle radici

B:

$3x^2-16x+5=0$ confrontare con il numero 6

$\frac{\Delta}{4} = 64-15>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(6) = 108-96+5 = 17>0 \\ A>0 \end{array}\right\}$ ⇒ che "6" è esterno all'intervallo delle radici

$\frac{-b}{2a} = \frac{16}{6} = \frac{8}{3} < 6$ dunque «6» è esterno a destra

C:

$4x^2-5x+1=0$ confrontare con il numero $\frac{1}{4}$

$\Delta = 25-16>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$f\left(\frac{1}{4}\right) = \frac{1}{4} - \frac{5}{4} + 1 = 0$ $\frac{1}{4}$ è soluzione dell'equazione $\Rightarrow x = \frac{1}{4}$

$x = -\frac{b}{a} - \frac{1}{4} = \frac{5}{4} - \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$

Es n: 66 pag 645 Scrivere l'equazione dell'ellisse sapendo che il semiasse maggiore vale 2 e uno dei fuochi è il punto $F(0, 2\sqrt{2})$

$a = 2$

$c = 2\sqrt{2}$

$b = \sqrt{a^2 + c^2} = \sqrt{4+8} = \sqrt{12}$

l'equazione dell'ellisse è del tipo: $\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{a^2} = 1$

$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{12} = 1$

Es n: 72 pag 645 Scrivere l'equazione dell'ellisse sapendo che la retta $x - 2y - 3 = 0$ interseca l'asse x in un suo fuoco e che l'eccentricità dell'ellisse è $\frac{3}{4}$

$\begin{cases} x - 2y - 3 = 0 \\ y = 0 \text{ asse delle } x \end{cases}$ $x = 3$ fuoco

$e = \frac{c}{a}$

$e = \frac{3}{a}$

$\frac{3}{4} = \frac{3}{a}$

$3a = 12$

$a = 4$

$c = 3$

$b = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{16 - 9} = \sqrt{7}$.

l'equazione dell'ellisse è del tipo:

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

$\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

40

Es n° 73 pag 645 Scrivere l'equazione dell'ellisse passante per i punti $A(2,3)$ e $B(-1,-4)$.

l'equazione dell'ellisse sarà del tipo:

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$$

$$\begin{cases} \frac{4}{a^2}+\frac{9}{b^2}=1 & \text{condizione perché l'ellisse passi per } B \\ \frac{1}{a^2}+\frac{16}{b^2}=1 & \text{condizione perché l'ellisse passi per } B \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9a^2+4b^2=a^2b^2 \\ 16a^2+b^2=a^2b^2 \end{cases} \left| \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \right.$$

$$3b^2-7a^2=0$$

$$3b^2=7a^2$$

$$b^2=\frac{7}{3}a^2$$

$$16a^2+\frac{7}{3}a^2=\frac{7}{3}a^4$$

$$48a^2+7a^2=\frac{7}{\cancel{3}}a^4$$

$$7a^4=55a^2$$

$$a=\sqrt{\frac{55}{7}}$$

$$b^2=\frac{55}{3}$$

$$\frac{x^2}{\frac{55}{7}}+\frac{y^2}{\frac{55}{3}}=1 \quad \text{equazione dell'ellisse}$$

$$\frac{7x^2}{55}+\frac{3y^2}{55}=1$$

Es n: 86 pag 624 Determinare la distanza del punto $A(2,-1)$ della retta che taglia gli assi in punti distanti, rispettivamente, 8 e 6, dall'origine.

$B(8,0)$
$C(0,6)$

trovo l'equazione della retta passante per i punti B e C:

$y = mx + n$ equazione di tutte le rette del piano ~~pa~~ escluse quelle parallele all'asse y.

$\begin{cases} 8m + n = 0 \\ n = 6 \end{cases}$ condizione perchè la retta passi per B; condizione perchè la retta passi per C

$\begin{cases} 8m = -6 \\ n = 6 \end{cases}$ $\begin{cases} m = -\frac{3}{4} \\ n = 6 \end{cases}$

$y = -\frac{3}{4}x + 6$ equazione della retta passante per B e C.

$3x + 4y - 24 = 0$

ora trovo la distanza del punto $A(2,-1)$ dalla retta:

$$d = \frac{|ax_1 + by_1 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|6 - 4 - 24|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{22}{5} = 4{,}4.$$

Lo studio di compatibilità di dati in un problema si dice discussione.

Quarantotto pezzo, pa

$$\begin{cases} x^2+6\cancel{x}+7-K=0 \\ 0\le x\le 4 \end{cases}$$

$\frac{\Delta}{4} = 9-7+K = 2+K \geq 0 \Rightarrow K \geq -2$

$A=1>0 \quad \forall K$

$B=6>0 \quad \forall K$

$C=7-K\geq 0 \quad K\leq 7$ ho messo ≥ 0 per comodità

$f(4) = 16+24+7-K = 47-K \geq 0$ per $K\leq 47$

$-2, 7, 47$ sono detti capisaldi del parametro

1° caso: $K<-2$: $\Delta<0$, il sistema non ha soluzioni perché dell'equazione ~~delle~~ le radici non sono reali

2° caso $K=-2$ $\Delta=0 \Rightarrow x_1=x_2=-\frac{b}{2a}=-3$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni

3° caso $-2<K<7$. $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1\neq x_2 \in R$

$$\left.\begin{matrix} A+ \\ B+ \\ C+ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x<0 \\ x<0 \end{matrix}$$

il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni

4° caso $K=7$ $\Delta>0$ $C=0 \Rightarrow x=0$ e $x=-\frac{b}{a}=-6$ (no) il sistema ha una sola soluzione e precisamente la soluzione limite inferiore

5° caso $7<K<47$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1\neq x_2 \in R$.

$$\left.\begin{matrix} A+ \\ B+ \\ C- \\ f(4)\geq 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_1<0 \quad |x_1|>|x_2| \\ x_2\geq 0 \end{matrix}$$

$\left.\begin{array}{l} f(4)>0 \\ A>0 \end{array}\right\}$ "4" è esterno all'intervallo delle radici

il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più grande.

6: caso $K=47$ $\quad f(4)=0$ "4" è una soluzione e

$-\frac{b}{a}-4=-6-4=-10$ no.

il sistema ha una sola soluzione che è la soluzione limite superiore

7: caso $K>47$ $\quad \Delta>0 \ \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} A+ \\ B+ \\ C- \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1<0 \quad |x_1|>x_2 \\ x_2>0 \end{array}$

$\left\{\begin{array}{l} f(4)<0 \\ A>0 \end{array}\right\}$ 4 è interno all'intervallo delle radici

il sistema non ha soluzione perché nessuna radice soddisfa la limitazione.

Discutere il seguente sistema:

$$\begin{cases} x^2-7x+6-K=0 \\ 0<x\leq 5 \end{cases}$$

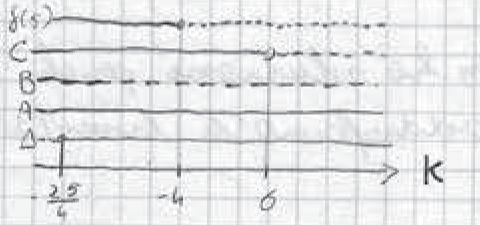
$\Delta = 49-24+4K = 25+4K \geq 0$ per $\Rightarrow K \geq -\frac{25}{4}$

$A=1>0 \ \forall K$

$B=-7<0 \ \forall K$

$C=6-K \geq 0$ per $K \leq 6$

$f(5) = 25-35+6-K = -4-K \geq 0$ per $K \leq -4$



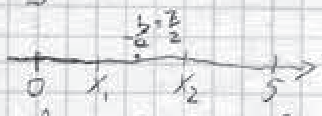
1° caso) $K<-\frac{25}{4}$ discordo $\Delta<0$ il sistema non ha soluzioni perchè le radici (dell'equazione) non sono reali.

2° caso) $K=-\frac{25}{4}$ $\Delta=0 \Rightarrow \exists\, x_1=x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{7}{2}$ il sistema ha due soluzioni coincidenti.

3° caso) $-\frac{25}{4}<K<-4$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$$\left.\begin{matrix} A+ \\ B- \\ C+ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_1>0 \\ x_2>0 \end{matrix}$$

$$\left.\begin{matrix} f(5)>0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$ "5" è esterno all'intervallo delle radici.



il sistema ha due soluzioni

4° caso) $K=-4$ $f(5)=0$ ("5" è soluzione) $\Rightarrow x=5$

$-\frac{b}{a}-5 = 7-5 = 2$

il sistema ha 2 soluzioni una delle quali è la soluzione limite superiore

5° caso) $-4<K<6$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$$\left.\begin{matrix} A+ \\ B- \\ C+ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_1>0 \\ x_2>0 \end{matrix}$$

$$\left.\begin{matrix} f(5)<0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$ "5" è interno all'intervallo delle radici

$x_1<5<x_2$

Il sistema ha una soluzione data dalla radice (minore) più piccola

non importa

<u>6° caso)</u> $K=6$ $c=0 \Rightarrow x_1 = 0$ (AD) e $x_2 = -\frac{b}{a} = 7$ (no) il sistema non ha ~~una sola~~ soluzione ~~e precisamente~~ perché le radici non soddisfano ~~soluzione limite inferiore~~ le limitazioni.

<u>7° caso)</u> $K>6$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$.

$$\left.\begin{array}{l} A+ \\ B- \\ C- \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 < 0 \end{array} \quad |x_1| < |x_2|$$

$$\left.\begin{array}{l} f(5) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{"5" è interno all' intervallo delle radici}$$

il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni.

Es n: 15 pag 586 Discutere il seguente sistema:

$$\begin{cases} 2x^2-4x+m-2=0 \\ 0<x<3 \end{cases}$$

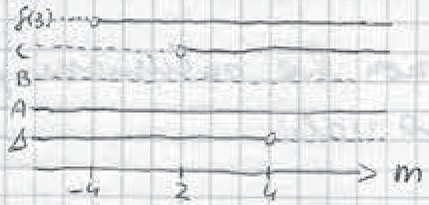
$$\frac{\Delta}{4} = 4-2m+4 = 8-2m \geq 0 \quad m \leq 4$$

$A = 2 > 0 \ \forall K$

$B = -4 < 0 \ \forall K$

$C = m-2 \geq 0$ per $m \geq 2$

$f(3) = 18-12+m-2 = 4+m \geq 0 \quad m > -4$



1° caso) $m<-4$ $\quad \Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{matrix} A+ \\ B- \\ C- \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x<0 \\ x_2>0 \end{matrix} \quad |x_2|>|x_1|$$

$$\left.\begin{matrix} f(3)<0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{"3" è interno all'intervallo delle radici}$$

il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni

2° caso) $m=-4$ $\quad \Delta>0 \quad f(3)=0 \Rightarrow x=3$ no $\quad x = -\frac{b}{a} - 3 = 2-3 = -1$ no

il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni

3° caso) $-4<m<2$ $\quad \Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{matrix} A+ \\ B- \\ C- \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_1<0 \\ x_2>0 \end{matrix} \quad |x_2|>|x_1|$$

$$\left.\begin{matrix} f(3)>0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{"3" è esterno agli intervalli delle radici}$$

il sistema ha una soluzione data dalla radice positiva.

4° caso $m=2$ $\quad \Delta>0 \quad c=0 \Rightarrow x=0$ no $\quad x = -\frac{b}{a} = 2$ sì

il sistema ha una sola soluzione.

5° caso) $2 < m < 4$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$$\left.\begin{array}{l} A+ \\ B- \\ C+ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(3) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$ "3" è all'esterno dell'intervallo delle radici.

il sistema ha due soluzioni.

6° caso) $m = 4$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = 1$

il sistema ha 2 soluzioni coincidenti

7° caso) $m > 4$ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

Es n=5 pag 637 Scrivere l'equazione della circonferenza passante per l'origine e con il centro nel punto d'intersezione delle 2 rette: $x-3y-7=0$, $2x+5y-3=0$.

trovo l'intersezione fra le due rette facendo il sistema fra le 2 equazioni:

$$\begin{cases} x-3y-7=0 \\ 2x+5y-3=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3y+7 \\ 6y+14+5y-3=0 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3y+7 \\ 11y=-11 \end{cases} \quad \begin{cases} x=3y+7 \\ y=-1 \end{cases} \quad \begin{cases} x=4 & \text{ascissa del punto intersezione e del centro.} \\ y=-1 & \text{ordinata del punto intersezione e del centro.} \end{cases}$$

ora trovo il raggio, che è la distanza dall'origine del punto di coordinate 4 & -1:

$$r=\sqrt{4^2+1}=\sqrt{17}$$

l'equazione della circonferenza è:

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$$

$$(x-4)^2+(y+1)^2=17$$

$$x^2-8x+16+y^2+2y+1=17$$

$$x^2+y^2-8x+2y=0 \quad \text{equazione della circonferenza.}$$

Es n=7 pag 637 Trovare l'equazione della circonferenza che ha una corda di estremi: $A(1,2)$ e $B(3,4)$ e il centro sull'asse x.

trovo le coordinate del punto di mezzo della corda AB:

$$\begin{cases} x=\dfrac{x_1+x_2}{2}=2 \\ y=\dfrac{y_1+y_2}{2}=3 \end{cases}$$

trovo l'equazione della retta passante per i punti A&B

$y=mx+n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y.

$$\begin{cases} m+n=2 & \Big| -1 & \text{condizione perché la retta passi per A} \\ 3m+n=4 & \Big| \ 1 & \text{condizione perché la retta passi per B.} \end{cases}$$

$$2m=2$$

$$\begin{cases} m=1 \\ n=1 \end{cases}$$

$y=x+1$ equazione della retta passante per i punti A e B.

trovo l'equazione della retta passante per $P(2,3)$ e perpendicolare alla retta $y=x+1$

$y=mx+n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y.

$$\begin{cases} 2m+n=3 & \text{condizione perché la retta passi per P} \\ m=-1 & \text{condizione di perpendicolarismo} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=-1 \\ n=5 \end{cases}$$

$y=-x+5$

faccio il sistema fra l'equazione trovata e l'equazione dell'asse x:

$$\begin{cases} y=0 & \text{asse } x \\ y=-x+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=5 & \text{ascissa del centro} \\ y=0 & \text{ordinata del centro} \end{cases}$$

trovo il raggio facendo la distanza dal punto A a 5:

$$r=d=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}$$

l'equazione della circonferenza è:

$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$$

$$(x-5)^2+y^2=20$$

$$x^2-10x+25+y^2-20=0$$

$x^2+y^2-10x+5=0$ equazione della circonferenza

Es n=23 pag 639 Calcolare l'area del triangolo i cui lati sono tangenti alla circonferenza di equazione: $3x^2+3y^2-8x-6y=0$, nei punti $A(0,2)$ e $B(3,1)$ e $D\left(\frac{4}{3},-\frac{2}{3}\right)$

trovo il raggio e il centro della circonferenza:

$$x^2+y^2-\frac{8}{3}x-2y=0$$

$r=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{64}{9}+4}=\frac{1}{2}\sqrt{\frac{100}{9}}=\frac{1}{2}\cdot\frac{10}{3}=\frac{5}{3}$ raggio

$$C\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a=\frac{4}{3} \\ y=-\frac{1}{2}b=1 \end{cases}$$ coordinate del centro

trovo l'equazione della tangente nel punto $A(0,2)$

$y=mx+n$ equazione di tutte le rette del piano escluse quelle parallele all'asse y.

$n=2$

$y=mx+2$

$mx-y+2=0$

ora pongo la distanza della retta generica dal centro uguale al raggio:

$$d: \frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}} = \frac{|\frac{4}{3}m-1+2|}{\sqrt{m^2+1}} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{4m+3}{3} = \frac{5}{3}\sqrt{m^2+1}$$

$$4m+3 = 5\sqrt{m^2+1}$$

$$16m^2-24m+9 = 25m^2+25$$

$$9m^2-24m+16=0$$

$$x = \frac{+12 \pm \sqrt{144-144}}{9} = +\frac{12}{9} = +\frac{4}{3}$$ nel punto A convergono 2 tangenti coincidenti.

$$y = \frac{4}{3}x+2$$ equazione delle due tangenti coincidenti.

trovo l'equazione della tangente in $B(3,1)$

poiché l'ordinata di B è la solita ordinata del centro, questo vuol dire che la tangente è parallela all'asse y e la sua equazione è:

$x=3$

trovo l'equazione della tangente in $D(\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$

poiché l'ascissa del punto D è la stessa del centro, allora la tangente è parallela all'asse x e la sua equazione è:

$$y = -\frac{2}{3}$$

ora trovo le coordinate di E (sistema fra la prima e la terza tangente):

$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x+2 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \begin{cases} -\frac{2}{3} = \frac{4}{3}x+2 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \begin{cases} \frac{4}{3}x+2+\frac{2}{3}=0 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases} \begin{cases} 4x = -8 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

$$\left.\begin{cases} x = -2 \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}\right\}$$ coordinate di E $\Rightarrow$ $E(-2, -\frac{2}{3})$

ora trovo le coordinate del punto G (sistema fra la prima e la seconda tangente

$$\begin{cases} y = \frac{4}{3}x+2 \\ x=3 \end{cases} \begin{cases} y = 4+2 \\ x=3 \end{cases} \left.\begin{cases} x=3 \\ y=6 \end{cases}\right\}$$ coordinate di G $\Rightarrow$ $G(3,6)$

trovo la base $\overline{EG}$:

$$d = \sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2} = \sqrt{(3+2)^2+(6+\frac{2}{3})^2} = \sqrt{25+\frac{400}{9}} = \sqrt{\frac{225+400}{9}} = \sqrt{\frac{625}{9}} = \frac{25}{3}$$

$$\overline{EG} = \frac{25}{3}$$

trovo le coordinate di F (sistema tra la seconda e la terza tangente):

$$\begin{cases} x=3 \\ y=-\frac{2}{3} \end{cases} \text{ coordinate di F} \Rightarrow F\left(3,-\frac{2}{3}\right)$$

trovo la retta perpendicolare alla retta tangente in A e passante per il punto $F\left(3,-\frac{2}{3}\right)$:

$y=mx+n$ equazione di tutte le rette del piano esclusa quella parallela all'asse y.

$-\frac{2}{3}=3m+n$ condizione perché la retta passi per F.

$$\begin{cases} n=-\frac{2}{3}-3m \\ \frac{4}{3}m=-1 \text{ condizione di parallelismo.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m=-\frac{3}{4} \\ n=-\frac{2}{3}+\frac{9}{4} \end{cases}$$

$$\begin{cases} n=-\frac{3}{4} \\ n=\frac{19}{12} \end{cases}$$

$y=-\frac{3}{4}x+\frac{19}{12}$ equazione della perpendicolare alla tangente in A e passante per F.

trovo le coordinate di H (sistema fra la tangente in A e la perpendicolare):

$$\begin{cases} y=-\frac{3}{4}x+\frac{19}{12} \\ y=\frac{4}{3}x+2 \end{cases}$$

$\frac{4}{3}x+2+\frac{3}{4}x-\frac{19}{12}=0$

$16x+24+9x-19=0$

$25x=-5$

$$\begin{cases} x=-\frac{1}{5} \\ y=\frac{26}{15} \end{cases} \text{ coordinate di H} \Rightarrow H\left(-\frac{1}{5},\frac{26}{15}\right)$$

ora trovo la lunghezza dell'altezza del triangolo EFG che è data dalla distanza di H da F:

$d=\sqrt{(x_1-x_2)+(y_1-y_2)}=\sqrt{\left(-\frac{1}{5}-3\right)^2+\left(\frac{26}{15}+\frac{2}{3}\right)^2}=\sqrt{\left(\frac{-1-15}{5}\right)^2+\left(\frac{26+10}{15}\right)^2}=\sqrt{\left(-\frac{16}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\sqrt{\frac{256+144}{25}}=$

$\sqrt{\frac{400}{25}}=\frac{20}{5}=4$

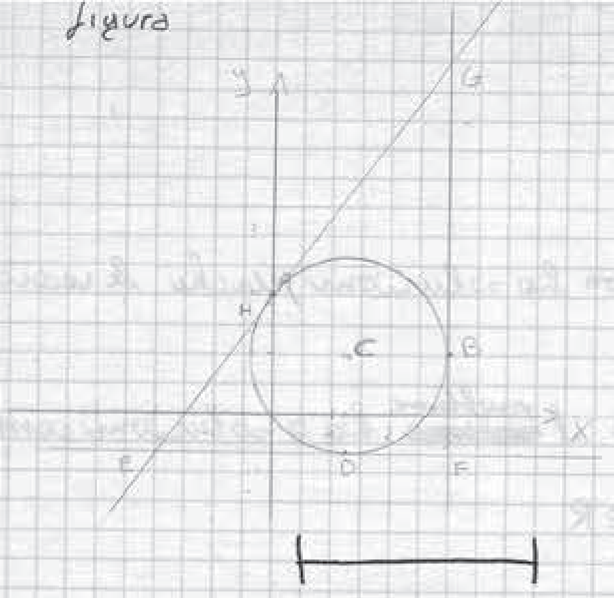
insomma:

$h=4$

Area:

$$\frac{\text{Base}\cdot h}{2}=\frac{\frac{25}{3}\cdot 4}{2}=\frac{25}{3}\cdot 2=\frac{50}{3}$$

figura



Problema:

In un quadrato ABCD avente il lato di misura 6, si consideri sul lato AB un punto P in modo che, detto M il punto di mezzo del lato AD sussiste la relazione

$$\overline{PM}^2 + \overline{PC}^2 = K$$

dove K è un numero positivo.

$\overline{AP} = x$

limitazione:

$0 \leq x \leq 6$

$\overline{PM}^2 = x^2 + 9$

$\overline{PC}^2 = (6-x)^2 + 36$

$x^2 + 9 + (6-x)^2 + 36 = K$

$$\begin{cases} 2x^2 - 12x + 81 - K = 0 \\ 0 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

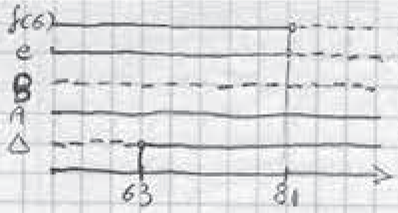
$\frac{\Delta}{4} = 36 - 162 + 2K \geq 0 \quad 2K \geq 126 \quad K \geq 63$

$A = 2 > 0 \ \forall K$

$B = -12 < 0 \ \forall K$

$C = 81 - K \geq 0$ per $K \leq 81$

$f(6) = 72 - 72 + 81 - K \geq 0$ per $K \leq 81$



<u>1° caso</u> $K<63$ $\Delta<0$ il problema [redacted] non ha soluzioni perché le radici non sono reali

<u>2° caso</u> $K=63$ $\Delta=0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = 3$ il problema [redacted] ha 2 soluzioni coincidenti

<u>3° caso</u> $63<K<81$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$$\left.\begin{matrix} A + \\ B - \\ C + \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{matrix}$$

$$\left.\begin{matrix} f(6)>0 \\ A\Delta 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{"6" è esterno all'intervallo delle radici}$$

Il problema [redacted] ha 2 soluzioni

<u>4° caso</u> $K=81$ $c=0 \Rightarrow x=0$ si $x=-\frac{b}{2}=6$ il problema [redacted] ha 2 soluzioni

$f(6)=0 \Rightarrow$ "6" è una soluzione

$-\frac{b}{a}-6=0$.

<u>5° caso</u> $K>81$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$$\left.\begin{matrix} A + \\ B - \\ C - \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 < 0 \\ x_2 > 0 \end{matrix} \quad |x_2| > |x_1|$$

$$\left.\begin{matrix} f(6)<0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \text{"6" è interno all'intervallo delle radici}$$

Il problema [redacted] ha una sola soluzione data dalla radice positiva.

Discutere il seguente sistema:

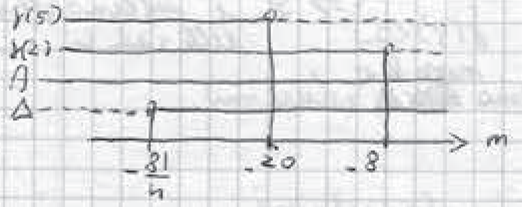
$$\begin{cases} x^2 - 11x + 10 - m = 0 \\ 2 \le x \le 5 \end{cases}$$

$\Delta = 121 - 40 + 4m \ge 0$ per $m \ge -\frac{81}{4}$

$A > 0 \quad \forall K$

$f(2) = 4 - 22 + 10 - m \ge 0$ per $m \le -8$

$f(5) = 25 - 55 + 10 - m \ge 0$ per $m \le -20$



1° caso $m < -\frac{81}{4}$ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

2° caso $m = -\frac{81}{4}$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{11}{2}$ il sistema non ha soluzioni perché le radici coincidenti non soddisfano le limitazioni.

3° caso $-\frac{81}{4} < m < -20$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \ne x_2 \in \mathbb{R}$.

$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ f(2) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "2" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ f(5) > 0 \end{array}\right\}$ "5" è esterno all'intervallo delle radici.

$-\frac{b}{2a} = \frac{11}{2}$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni.

4° caso $m = -20$ $f(5) = 0 \Rightarrow x = 5$ e $x = -\frac{b}{a} - 5 = 11 - 5 = 6$

Il sistema ha una sola soluzione data dalla soluzione limite superiore.

5° caso $-20 < m < -8$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \ne x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ f(2) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "2" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ f(5) < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "5" è interno all'intervallo delle radici

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola.

6° caso $m=-8$ $\quad f(2)=0 \Rightarrow x=2$ e $x=-\frac{b}{a}-2=11-2=9$

Il sistema ha una sola soluzione data dalla soluzione limite inferiore.

7° caso $m>-8$ $\quad \Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ f(2)<0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "2" è interno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ f(5)<0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "5" è interno all'intervallo delle radici

Il sistema non ha soluzioni.

Es n° 16 pag 586: Discutere il seguente sistema

$$\begin{cases} x^2-(m+2)x-(5-m)=0 \\ -2 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

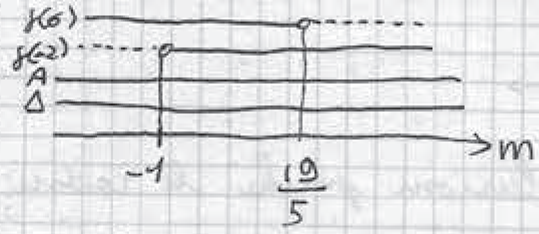
$\Delta=(+m+2)^2+4(5-m)\geq 0 \quad m^2+4m+4+20-4m\geq 0 \quad m^2+24\geq 0 \ \forall K$

il Δ è sempre positivo per qualunque valore di m.

$A=1>0 \ \forall m$

$f(-2)=4+2m+4-5+m\geq 0$ per $m\geq -1$

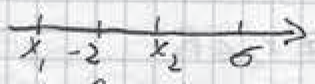
$f(6)=36-6m-12-5+m\geq 0$ per $m \leq \frac{19}{5}$



1° caso) $m<-1$ $\quad \Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ f(6)>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "6" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ f(-2)<0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "2" è interno all'intervallo delle radici.



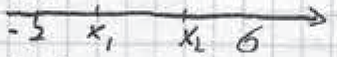
Il sistema ha una soluzione data dalla radice maggiore

$\underline{2^\circ\ caso)}$ $m=-1$ $f(-2)=0 \Rightarrow x=-2$ e $x=-\frac{b}{a}+2= 1+2=3$ Il sistema ha 2 soluzioni.

$\underline{3^\circ\ caso)}$ $-1<m<\frac{19}{5}$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\ x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ f(6)>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "6" è esterno all'intervallo delle radici.

$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ f(-2)>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici.



Il sistema ha 2 soluzioni

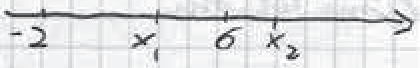
$\underline{4^\circ\ caso)}$ $m=\frac{19}{5}$ $f(6)=0 \Rightarrow x=6$ e $x=-\frac{b}{a}-6=\frac{29}{5}-6=\frac{29-30}{5}=-\frac{1}{5}$

Il sistema ha 2 soluzioni

$\underline{5^\circ\ caso)}$ $m>\frac{19}{5}$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\ x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ f(6)<0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "6" è interno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ f(-2)>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici



Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice minore

Es n: 13 pag 586 Discutere il seguente sistema:

$$\begin{cases} x^2 - 3mx + 4 = 0 \\ 0 < x < 2 \end{cases}$$

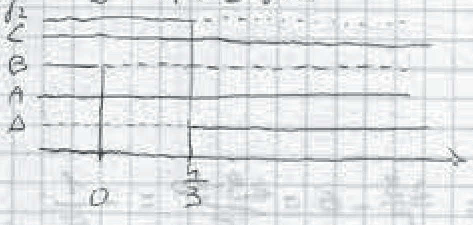
$\Delta = 9m^2 - 16 \geq 0$ per $m \geq \frac{4}{3}$

$A = 1 > 0 \ \forall m$

$B = -3m \geq 0 \ \forall m < 0$

$C = 4 > 0 \ \forall m$

$f(2) = 4 - 6m + 4 \geq 0 \quad 6m \leq 8$ per $m \leq \frac{4}{3}$



1° caso $m<0$ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali

2° caso $m = 0$ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

3° caso $0 < m < \frac{4}{3}$ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali

4° caso $m = \frac{4}{3}$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a} = \frac{3 \cdot \frac{4}{3}}{2} = \frac{4}{2} = 2.$

Il sistema non ha soluzioni perché le 2 radici coincidenti non soddisfano le limitazioni.

5° caso $m > \frac{4}{3}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} A+ \\ B- \\ C+ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(2) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$ 2 è interno all'intervallo delle radici

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice minore.

Es n: 27 pag 587 Discutere il seguente sistema

$$\begin{cases} (m-1)x^2 - 2(2m-1)x - (m+1) = 0 \\ -\frac{1}{2} < x \leq 2 \end{cases}$$

$\frac{\Delta}{4} = (2m-1)^2 + m^2 - 1 = 4m^2 - 4m + 1 + m^2 - 1 = 5m^2 - 4m$

$\Delta = 0$ per $m = 0$ et $m = \frac{4}{5}$

$\Delta > 0$ per $m < 0$ et $m > \frac{4}{5}$

$f(-\frac{1}{2}) = \frac{1}{4}m - \frac{1}{4} + 2m - 1 - m - 1 = \frac{5}{4}m - \frac{9}{4} \geq 0$ per $5m - 9 \geq 0$ per $m \geq \frac{9}{5}$

$f(2) = 4m - 4 - 8m + 4 - m - m = -5m - 1 \geq 0$ per $m \leq -\frac{1}{5}$

$A = m - 1 \geq 0$ per $m \geq 1$

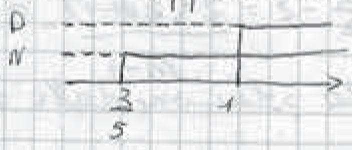
$-\frac{b}{2a} = \frac{2m-1}{m-1} > -\frac{1}{2}$ (quando la semisomma è maggiore di $-\frac{1}{2}$?)

$\frac{2m-1}{m-1} + \frac{1}{2} > 0$ (quando $\frac{2m-1}{m-1} + \frac{1}{2}$ è maggiore di zero)

$\frac{4m-2+m-1}{2(m-1)} > 0$

$N > 0$ per $m > \frac{3}{5}$ oppure $N = 5m - 3 > 0$ per $m > \frac{3}{5}$

$D > 0$ per $m > 1$ oppure $D = 2m - 2 >$ per $m > 1$



$\frac{N}{D} > 0$ per $m < \frac{3}{5}$ et $m > 1$

$\frac{2m-1}{m-1} > 2$ (quando la semisomma è maggiore di 2?)

$\frac{2m-1}{m-1} - 2 > 0$

$\frac{2m-1-2m+2}{m-1} > 0$

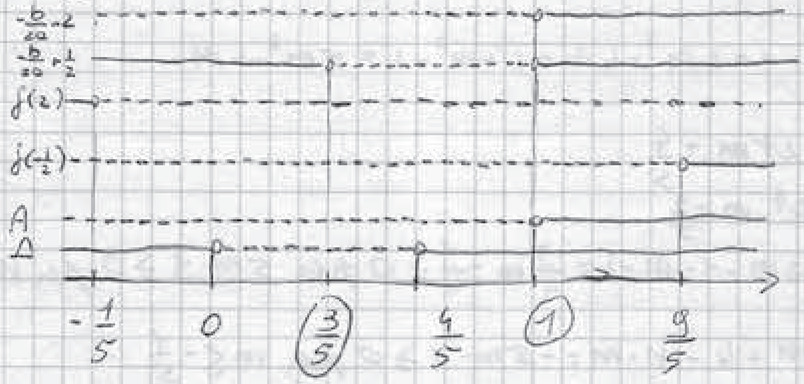
$\frac{1}{m-1} > 0$

$\frac{N}{D} > 0$ per $m > 1$

$\Delta > 0$ per $m < 0$ et $m > \frac{4}{5}$ $\qquad -\frac{b}{2a} + \frac{1}{2} > 0$ per $m < \frac{3}{5}$ et $m > 1$

$f(-\frac{1}{2}) > 0$ per $m > \frac{9}{5}$ $\qquad -\frac{b}{2a} - 2 > 0$ per $m > 1$

$f(2) > 0$ per $m < -\frac{1}{5}$



1° caso) $m < -\frac{1}{5}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} f(-\frac{1}{2}) < 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$-\frac{1}{2}$" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(2) > 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "2" è interno all'intervallo delle radici

$-\frac{1}{2} \quad x_1 \quad 2 \quad x_2$

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola

2° caso) $m = -\frac{1}{5}$ $\quad f(2) = 0 \Rightarrow x = 2$ et $x = -\frac{b}{a} - 2 = \frac{2(2m-1)}{m-1} - 2 = \frac{2(-\frac{2}{5} - 1)}{-\frac{1}{5} - 1} - 2 = \frac{1}{3}$

Il sistema ha una sola soluzione data dal limite superiore.

3° caso) $-\frac{1}{5} < m < 0$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} f(-\frac{1}{2}) < 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$-\frac{1}{2}$" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(2) < 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "2" è esterno all'intervallo delle radici.

$-\frac{1}{2} \quad x_1 \quad x_2 \quad 2$ $\qquad$ Il sistema ha due radici

4° caso) $m = 0$ $\quad \Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{2m-1}{m-1} = 1$

Il sistema ha 2 soluzioni coincidenti

5° caso) $0 < m < \frac{4}{5}$ $\quad \Delta < 0$, il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

6° caso) $m = \frac{4}{5}$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{2m-1}{m-1} = \frac{\frac{8}{5}-1}{\frac{4}{5}-1} = \frac{\frac{8-5}{5}}{\frac{4-5}{5}} = \frac{\frac{3}{5}}{-\frac{1}{5}} = -\frac{3}{5}\cdot 5 = -3$

Il sistema non ha soluzioni perché le 2 radici coincidenti non soddisfano le limitazioni.

7° caso) $\frac{4}{5} < m < 1$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{matrix} f(-\frac{1}{2}) < 0 \\ A < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "$-\frac{1}{2}$" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{matrix} f(2) < 0 \\ A < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "2" è esterno all'intervallo delle radici

$-\frac{b}{2a} + \frac{1}{2} < 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} < -\frac{1}{2}$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni

8° caso) $m = 1$ $A = 0$ $-2x - 2 = 0$ $x = -1$

Il sistema non ha soluzioni perché la radice non soddisfa le limitazioni.

9° caso) $1 < m < \frac{9}{5}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{matrix} f(-\frac{1}{2}) < 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "$-\frac{1}{2}$" è interno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{matrix} f(2) < 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "2" è interno all'intervallo delle radici

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni.

10° caso) $m = \frac{9}{5}$ $f(-\frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ e $x = -\frac{b}{a} + \frac{1}{2} = \frac{2(2m-1)}{m-1} + \frac{1}{2} =$

$\frac{2(\frac{18}{5}-1)}{\frac{18}{5}-1} + \frac{1}{2} = \frac{2(\frac{13}{5})}{\frac{13}{5}} + \frac{1}{2} = \frac{26}{5}\cdot\frac{5}{13} + \frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni

11° caso) $m > \frac{9}{5}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{matrix} f(-\frac{1}{2}) > 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "$-\frac{1}{2}$" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(2)<0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "2" è interno all'intervallo delle radici.

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola.

<u>Es n: 21 pag 587</u> Discutere il seguente sistema.

$$\begin{cases} 4x^2-(m+1)x+2-m=0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

$$\Delta=(m+1)^2-16(2-m)= m^2+2m+1-32+16m = m^2+18m-31.$$

$$m = \frac{-9 \pm \sqrt{81+31}}{1} = -9 \pm \sqrt{112} \quad \begin{array}{l} m_1 = -9-4\sqrt{7} \\ m_2 = -9+4\sqrt{7} \end{array}$$

$\Delta=0$ per $m=-9-4\sqrt{7}$ et $m=-9+4\sqrt{7}$

$\Delta>0$ per $m<-9-4\sqrt{7}$ et $m>-9+4\sqrt{7}$

$A=4>0 \; \forall m$

$f(1) = 4-m-1+2-m = -2m+5 \geq 0$ per $2m-5<0$ per $m<\frac{5}{2}$

$f(0) = 2-m>0$ per $m<2$

$$-\frac{b}{2a} = \frac{m+1}{8}$$

$$\frac{m+1}{8}>1$$

$$\frac{m+1}{8}-1 \geq 0$$

$$\frac{m+1-8}{8}>0$$

$$\frac{m-7}{8} \geq 0$$

$m-7 \geq 0$ per $m>7$

$\frac{N}{D} \geq 0$ per $m>7$

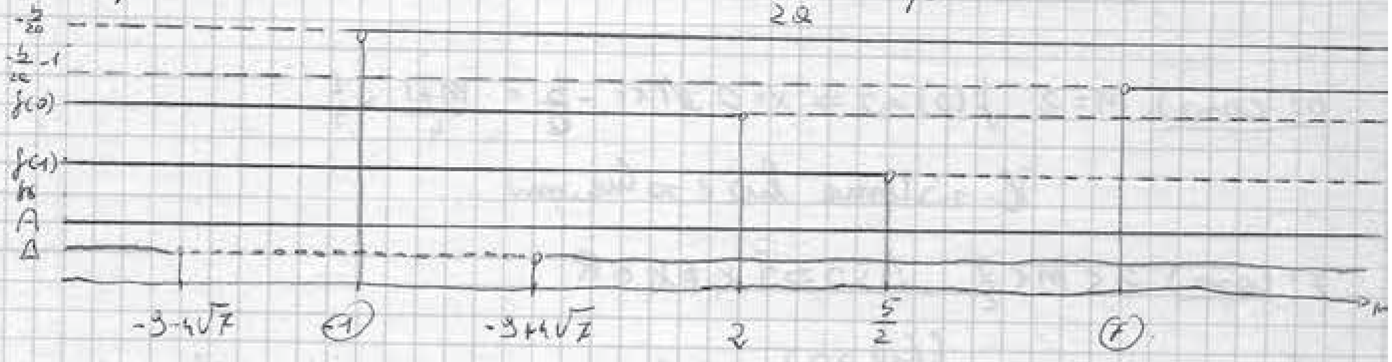
$$\frac{m+1}{8} > 0$$

$$\frac{N}{D} > 0 \text{ per } m > -1$$

$\Delta > 0$ per $m < -9-4\sqrt{7}$ et $m > -9+4\sqrt{7}$ $\qquad -\frac{b}{2a} - 1 > 0$ per $m > 7$

$f(1) > 0$ per $m < \frac{5}{2}$

$f(0) > 0$ per $m < 2$ $\qquad -\frac{b}{2a} > 0$ per $m > -1$



1° caso) $m < -9-4\sqrt{7}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{matrix} f(1) > 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "1" è esterno all'intervallo delle radici

$-\frac{b}{2a} < 0$

$-\frac{b}{2a} - 1 < 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} < 1$ $\qquad \left.\begin{matrix} f(0) > 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "0" è esterno all'intervallo delle radici

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni

2° caso) $m = -9-4\sqrt{7}$ $\quad \Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{m+1}{8} = \frac{+9+4\sqrt{7}+1}{8} = \frac{10+4\sqrt{7}}{8} = \frac{+2(5+2\sqrt{7})}{8} = \frac{+5+2\sqrt{7}}{4}$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici coincidenti non soddisfano le limitazioni

3° caso) $-9-4\sqrt{7} < m < -9+4\sqrt{7}$ $\quad \Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

4° caso) $m = -9+4\sqrt{7}$ $\quad \Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{9-4\sqrt{7}+1}{8} = \frac{10-4\sqrt{7}}{8} = \frac{2(5-2\sqrt{7})}{8} = \frac{5-2\sqrt{7}}{4}$.

5° caso) $-3+4\sqrt{7} < m < 2$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{matrix} f(1) > 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "1" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{matrix} f(0) > 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "0" è esterno all'intervallo delle radici

Il sistema ha 2 soluzioni.

6° caso) $m = 2$ $\quad f(0) = 0 \Rightarrow x = 0$ et $x = -\frac{b}{a} = \frac{m+1}{4} = \frac{1}{4}$

Il sistema ha 2 soluzioni.

7° caso) $2 < m < \frac{5}{2}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{matrix} f(1) > 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "1" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{matrix} f(0) < 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "0" è interno all'intervallo delle radici

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più grande.

8° caso) $m = \frac{5}{2}$ $\quad f(1) = 0 \Rightarrow x = 1$ et $x = -\frac{b}{a} - 1 = \frac{m+1}{4} - 1 = \frac{\frac{5}{2}+1}{4} - 1 = \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{4} - 1 =$
$\frac{7}{8} - 1 = -\frac{1}{8}$.

Il sistema ha una sola soluzione data dal limite superiore.

9° caso) $\frac{5}{2} < m < 7$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{matrix} f(1) < 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "1" è interno all'intervallo delle radici.

$\left.\begin{matrix} f(0) < 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "0" è interno all'intervallo delle radici.

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni.

10° caso) $m = 7$

Es n° 25 pag 587 Discutere il seguente sistema

$$\begin{cases} (1+m)x^2-2(3+m)x+9=0 \\ -2 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

per questo intervallo c'è il dadino che è chiuso perché sono compresi gli estremi.

$$\frac{\Delta}{4} = (3+m)^2 - 9 - 9m = \cancel{9} + 6m + m^2 - \cancel{9} - 9m = m^2 - 3m.$$

$\Delta = 0$ per $m=0$ et $m=3$

$\Delta > 0$ per $m<0$ et $m>3$

$A = 1+m > 0$ per $m>-1$

$f(-2) = 4+4m+12+4m+9 = 8m+25 \geq 0$ per $m \geq -\frac{25}{8}$

$f(1) = 1+m-6-2m+9 = -m+4 \geq 0$ per $m<4$.

$$-\frac{b}{2a} = \frac{3+m}{1+m}$$

$$\frac{3+m}{1+m} > -2$$

$$\frac{3+m}{1+m} + 2 > 0$$

$$\frac{3+m+2+2m}{1+m} > 0$$

$$\frac{3m+5}{1+m}$$

$N>0$ per $m > -\frac{5}{3}$

$D > 0$ per $m>-1$

$\frac{N}{D} > 0$ per $m < -\frac{5}{3}$ et $m > -1$

$$\frac{3+m}{1+m} > 1$$

$$\frac{3+m}{1+m} - 1 > 0$$

$$\frac{3+m-1-m}{1+m} > 0$$

$$\frac{2}{1+m} > 0$$

$\frac{N}{D} > 0$ per $m>-1$

$\Delta > 0$ per $m < 0$ et $m > 3$

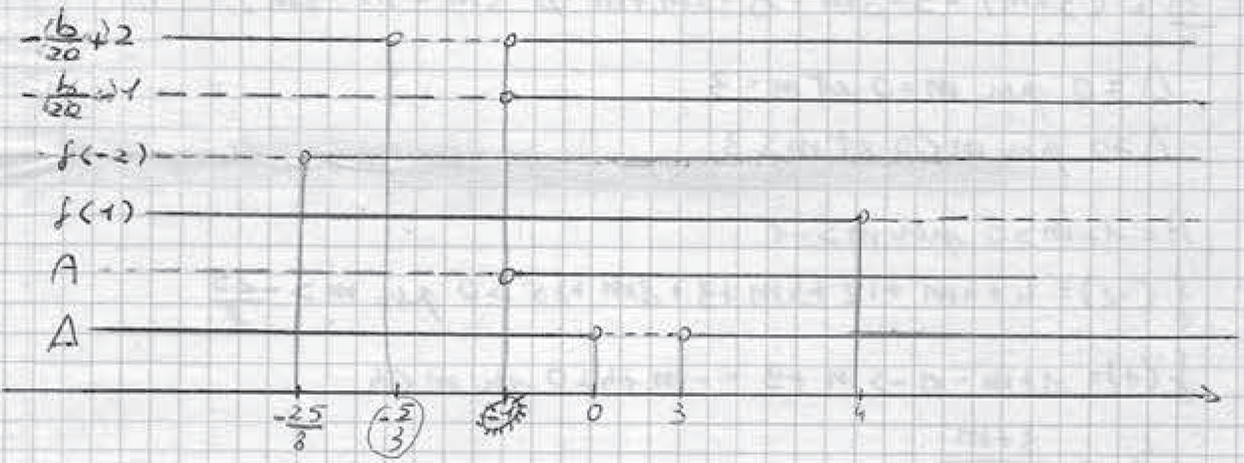
$f(-2) > 0$ per $m > -\frac{25}{8}$

$f(1) > 0$ per $m < 4$

$A > 0$ per $m > -1$

$-\frac{b}{2a} + 2 > 0$ per $m < -\frac{5}{3}$ et $m > -1$

$-\frac{b}{2a} - 1 > 0$ per $m > -1$



1° caso) $m < -\frac{25}{8}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(-2) < 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(1) > 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "1" è interno all'intervallo delle radici.

$-2 \quad x_1 \quad 1 \quad x_2$

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola.

2° caso) $m = -\frac{25}{8}$ $\quad f(-2) = 0 \Rightarrow x = -2$ et $x = -\frac{b}{a} + 2 = \frac{6+2m}{1+m} + 2 = \frac{6 - \frac{25}{4}}{1 - \frac{25}{8}} + 2 =$

$\frac{-\frac{1}{4}}{-\frac{17}{8}} + 2 = \frac{1}{4} \cdot \frac{8}{17} + 2 = \frac{2}{17} + 2 = \frac{2+34}{17} = \frac{36}{17} > 1$ non risolve

Il sistema ha una soluzione data dal limite inferiore.

3° caso) $-\frac{5}{3} < m < -1$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$-\frac{25}{8} < m < -1$

$\left.\begin{array}{l} f(-2) > 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-2" è interno all'intervallo delle radici.

$\left.\begin{array}{l} f(1) > 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "1" è interno all'intervallo delle radici.

$x_1 \quad -2 \quad 1 \quad x_2$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni

4° caso) $m = -1$ $\quad A = 0 \Rightarrow -4x + 9 = 0 \Rightarrow x = \frac{9}{4} > 1$

Il sistema non ha soluzioni perché la radice non soddisfa la limitazione

5° caso) $-1 < m < 0$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(1) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "1" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(-2) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici.

$-\frac{b}{2a} - 1 > 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} > 1$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni.

6° caso) $m = 0$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{3+m}{1+m} = 3 > 1$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici coincidenti non soddisfano le limitazioni

7° caso) $0 < m < 3$ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

8° caso) $m = 3$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{3+m}{1+m} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} > 1$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici coincidenti non soddisfano le limitazioni

9° caso) $3 < m < 4$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(1) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "1" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(-2) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici

$-\frac{b}{2a} + 2 > 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} > -2$

$-\frac{b}{2a} - 1 > 0 \Rightarrow -\frac{b}{2a} > 1$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni.

10° caso) $m = 4$ $f(1) = 0 \Rightarrow x = 1$ e $x = -\frac{b}{a} - 1 = \frac{6+2m}{1+m} = \frac{8}{2} - 1 = 3$

Il sistema ha una sola soluzione data dal limite superiore.

11° caso) $m>4$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} f(1)<0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "1" è interno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(-2)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici.

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola

Es n:24 pag 587 Discutere il seguente sistema

$$\begin{cases} (m-1)x^2-(m-3)x-2m=0 \\ -1\leq x\leq 3 \end{cases}$$

$\Delta = (m-3)^2+8m(m-1) = m^2-6m+9+8m^2-8m = 9m^2-14m+9.$

$m = \frac{7\pm\sqrt{49-81}}{9}$ = impossibile

$\Delta>0\ \forall m$

$A = m-1>0$ per $m>1$

$f(-1) = m-1+m-3-2m = -4<0$

$f(3) = 9m-\cancel{9}-3m+\cancel{9}-2m = 4m>0$ per $m>0$

$-\frac{b}{2a} = \frac{m-3}{2m-2} > -1$

$\frac{m-3}{2m-2}+1>0$

$\frac{m-3+2m-2}{2m-2}>0$

$\frac{3m-5}{2m-2}$

$N>0$ per $m>\frac{5}{3}$

$D>0$ per $m>1$

$\frac{N}{D}>0$ per $m<1$ et $m>\frac{5}{3}$

$$-\frac{b}{2a} = \frac{m-3}{2m-2} > 3$$

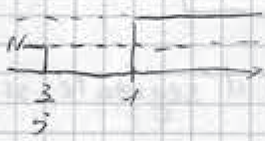
$$\frac{m-3}{2m-2} - 3 > 0$$

$$\frac{m-3-6m+6}{2m-2} > 0$$

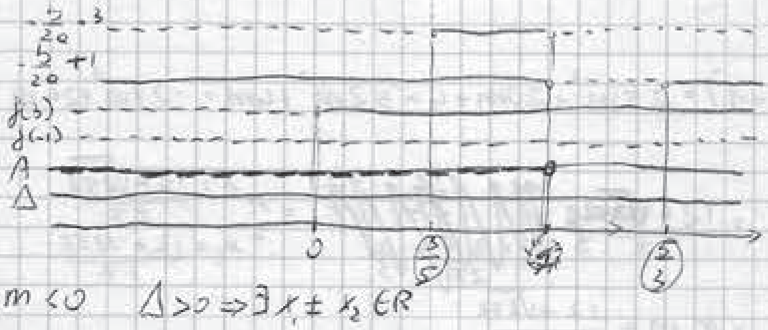
$$\frac{-5m+3}{2m-2} > 0$$

$N > 0$ per $m < \frac{3}{5}$

$D > 0$ per $m > 1$



$\frac{N}{D} > 0 \quad \frac{3}{5} < m < 1$



1° caso) $m < 0$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} f(3) < 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "3" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(-1) < 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-1" è esterno all'intervallo delle radici

Il sistema ha 2 soluzioni.

2° caso) $m = 0$ $\quad f(3) = 0 \Rightarrow x = 3$ et $x = -\frac{b}{a} - 3 = \frac{m-3}{m-1} - 3 = 3 - 3 = 0$

Il sistema ha 2 soluzioni.

3° caso) $0 < m < 1$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} f(3) > 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "3" è interno all'intervallo delle radici.

$\left.\begin{array}{l} f(-1) < 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-1" è esterno all'intervallo delle radici

Il sistema ha una sola soluzione data dalla soluzione più piccola.

4° caso) $m = 1$ $\quad A = 0 \Rightarrow 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$

Il sistema ha una sola soluzione

5: caso) $m > 1$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(3) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "3" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(-1) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-1" è interno all'intervallo delle radici

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più grande.

Es n: 26 pag 587 Discutere il seguente sistema

$$\begin{cases} mx^2 - (5m+2)x + 13m - 1 = 0 \\ -2 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

$\Delta = (5m+2)^2 - 4m(13m-1) = 25m^2 + 20m + 4 - 52m^2 + 4m = -27m^2 + 24m + 4 \geq 0$ per

$27m^2 - 24m - 4 \leq 0$

$m = \dfrac{12 \pm \sqrt{144 + 108}}{27} = \dfrac{12 \pm \sqrt{252}}{27} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = \dfrac{12 - \sqrt{252}}{27} \\ x_2 = \dfrac{12 + \sqrt{252}}{27} \end{array}$

$\Delta = 0$ per $m = \dfrac{12 - \sqrt{252}}{27}$ et $m = \dfrac{12 + \sqrt{252}}{27}$

$\Delta > 0$ per $\dfrac{12 - \sqrt{252}}{27} < m < \dfrac{12 + \sqrt{252}}{27}$

$A = m > 0$

$f(-2) = 4m + 10m + 4 + 13m - 1 = 27m + 3 \geq 0$ per $m \geq -\frac{1}{9}$

$f(6) = 36m - 30m - 12 + 13m - 1 = 19m - 13 \geq 0$ per $m \geq \frac{13}{19}$

$-\dfrac{B}{2A} = \dfrac{5m+2}{2m} > -2$

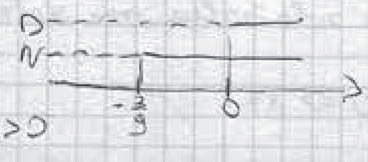
$\dfrac{5m+2}{2m} + 2 > 0$

$\dfrac{5m+2+4m}{2m} > 0$

$\dfrac{9m+2}{2m} > 0$

$N > 0$ per $m > -\frac{2}{9}$

$D > 0$ per $m > 0$



$\dfrac{N}{D} > 0$ per $m < -\frac{2}{9}$ et $m > 0$

$$\frac{5m+2}{2m} > 6$$

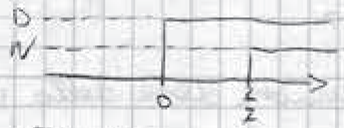
$$\frac{5m+2}{2m} - 6 > 0$$

$$\frac{5m+2-12m}{2m} > 0$$

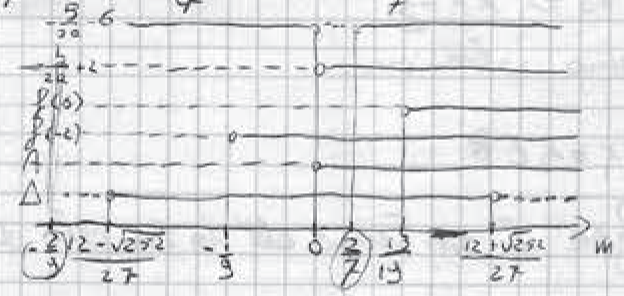
$$\frac{-7m+2}{2m} \geq 0$$

$N > 0$ per $m < \frac{2}{7}$

$D > 0$ per $m > 0$



$\frac{N}{D} \geq 0$ per $m < 0$ et $m > \frac{2}{7}$



1° caso) $m < \frac{12-\sqrt{252}}{27}$ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perchè le radici non sono reali.

2° caso) $m = \frac{12-\sqrt{252}}{27}$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a} = \frac{5m+2}{2m} \cdot \frac{\frac{60-5\sqrt{252}}{2} + 2}{\frac{24-\sqrt{252}}{27}}$

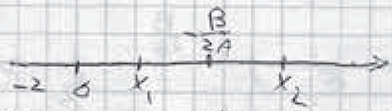
Il sistema non ha soluzioni perchè le radici coincidenti non soddisfano le limitazioni.

3° caso) $\frac{12-\sqrt{252}}{27} < m < -\frac{1}{9}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} f(0) < 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "0" è esterno all'intervallo delle radici.

$\left.\begin{array}{l} f(-2) < 0 \\ A < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici.

$-\frac{B}{2A} - 6 > 0 \Rightarrow -\frac{B}{2A} > 6$



Il sistema non ha soluzioni perchè le radici non soddisfano le limitazioni.

4: caso) $m=-\frac{1}{9}$ $f(-2)=0 \Rightarrow x=-2$ et $x=-\frac{b}{a}+2=\frac{5m+2}{m}+2=\frac{-\frac{5}{9}+2}{-\frac{1}{9}}=-\frac{13}{9}\cdot 9=-13$

Il sistema non ha soluzioni poiché le radici non soddisfano le limitazioni.

5: caso) $-\frac{1}{9}<m<0$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{matrix} f(6)<0 \\ A<0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "6" è esterno all'intervallo delle radici.

$\left.\begin{matrix} f(-2)>0 \\ A<0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "-2" è interno all'intervallo delle radici.

$x_1 \quad -2 \quad x_2 \quad 6$

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più grande.

6: caso) $m=0$ $A=0 \Rightarrow -2x-1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{2}$

Il sistema ha una soluzione.

7: caso) $0<m<\frac{13}{9}$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{matrix} f(6)<0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "6" è interno all'intervallo delle radici.

$\left.\begin{matrix} f(-2)>0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici.

$-2 \quad x_1 \quad 6 \quad x_2$

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più grande.

8: caso) $m=\frac{13}{9}$ $f(6)=0 \Rightarrow x=6$ et $x=-\frac{B}{A}-6=\frac{5m+2}{m}=\frac{\frac{65}{9}+2}{\frac{13}{9}}=\frac{83}{9}\cdot\frac{9}{13}=\frac{83}{13}$

Il sistema ha 2 soluzioni.

9: caso) $\frac{13}{9}<m<\frac{12+\sqrt{252}}{27}$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{matrix} f(6)>0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "6" è esterno all'intervallo delle radici.

$\left.\begin{matrix} f(-2)>0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici.

$-\frac{B}{2A}+2>0 \Rightarrow -\frac{B}{2A}>-2$

$-\frac{B}{2A}-6>0 \Rightarrow -\frac{B}{2A}>6$

$-\frac{B}{2A}$

$-2 \quad 6 \quad x_1 \quad x_2$

$10°$ caso) $m = \frac{12+\sqrt{252}}{27}$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = \frac{-B}{2A} = \frac{5m+2}{2m} = \frac{\frac{60+5\sqrt{252}}{27}+2}{\frac{24+2\sqrt{252}}{27}} =$

$\frac{114+5\sqrt{252}}{27} \cdot \frac{27}{24+2\sqrt{252}} = \frac{114+5\sqrt{252}}{24+2\sqrt{252}}$

$11°$ caso) $m > \frac{12+\sqrt{252}}{27}$ ~~[illegible]~~ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

$\cancel{f(\alpha)}$
$\cancel{A \geq 0}$

Esr: 28/pg 587 Discutere il seguente sistema

$$\begin{cases} x^2 - 4mrx + 8mr^2 = 0 \\ 0 \leq x \leq 2r \\ r > 0 \end{cases}$$

$\frac{\Delta}{4} = 4m^2r^2 - 8mr^2 \geq 0$ per $m \geq 2$ et $m < 0$

$A = 1 > 0\ \forall m$

$f(2r) = 4r^2 - 8\cancel{m}r^2 + 8\cancel{m}r^2 \geq 0$ per $\forall m$

$(f(0) = 8mr^2 > 0$ per $m > 0)$ $B = -4mr \geq 0$ per $m \leq 0$ perché $r > 0$
$C = 8mr^2 \geq 0$ per $m \geq 0$

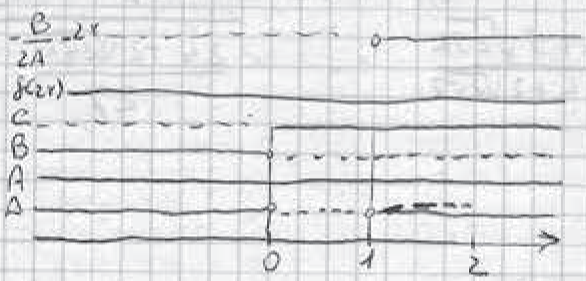
$-\frac{B}{2A} = \frac{4mr}{2}$

$\left(\frac{4mr}{2} > 0 \text{ per } m > 0\right)$

$\frac{4mr}{2} - 2r > 0$

$\frac{4mr - 4r}{2} > 0$

$4mr - 4r \geq 0$ per $m \geq 1$



1) $m<0 \quad \Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ B>0 \\ C<0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1<0 \\ x_2>0 \end{array} \qquad |x_1|>|x_2|$$

$$\left.\begin{array}{l} f(2r)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$ "2r" è esterno all'intervallo delle radici e sicuramente a destra perché una delle radici è negativa

Il sistema ha una sola soluzione dato dalla radice più grande.

2) $m=0 \quad \Delta=0 \Rightarrow x_1=x_2=-\frac{B}{2A}=2mr=0$

Il sistema ha ~~una sola~~ 2 soluzioni coincidenti che coincidono

3) $m<2 \quad \Delta<0$

4) $m=2 \quad \Delta=0 \Rightarrow x_1=x_2=-\frac{B}{2A}=4r$

Il sistema non

5) $m>2 \quad \Delta>0$

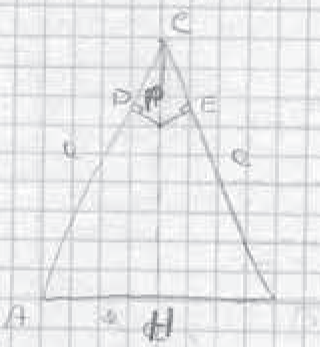
$$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ B<0 \\ C>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1>0 \\ x_2>0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(2r)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$ "2r" è esterno all'intervallo delle radici

$2mr-2r>0 \Rightarrow 2mr>2r$

Il sistema non ha soluzioni perché le radici non rispettano le limitazioni.

Es n: 44 pag 589 Problema: sopra una altezza di un triangolo equilatero di lato a determinare un punto P tale che la somma dei quadrati delle sue distanze dai lati del triangolo sia ma^2, con $m \geq 0$. Discussione.



$PD; PE; PH$

$\overline{PD}^2+\overline{PE}^2+\overline{PH}^2 = ma^2$

$m \geq 0$

pongo $\overline{PH}=x$

$\overline{CH} = \frac{l}{2}\sqrt{3} = \frac{a}{2}\sqrt{3}$ $\qquad 0 \leq x \leq \frac{1}{2}a\sqrt{3}$

$\overline{CP} = \frac{a}{2}\sqrt{3} - x$

$PD : AH = PC : AC$

$\overline{PD} : \frac{a}{2} = \left(\frac{a}{2}\sqrt{3}-x\right) : a$

$\overline{PD} = \frac{\frac{1}{2}\cancel{a}\left(\frac{a}{2}\sqrt{3}-x\right)}{\cancel{a}} = \frac{1}{4}a\sqrt{3}-\frac{1}{2}x = \overline{PE}$

$\left(\frac{1}{4}a\sqrt{3}-\frac{1}{2}x\right)^2+\left(\frac{1}{4}a\sqrt{3}-\frac{1}{2}x\right)^2+x^2 = ma^2$

$\frac{3}{16}a^2-\frac{1}{4}ax\sqrt{3}+\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{16}a^2-\frac{1}{4}ax\sqrt{3}+\frac{1}{4}x^2+x^2 = ma^2$

$3a^2-4ax\sqrt{3}+4x^2+3a^2-4ax\sqrt{3}+4x^2+16x^2-16ma^2=0$

$\begin{cases} 24x^2-8ax\sqrt{3}+6a^2-16ma^2=0 \\ 0 \leq x \leq \frac{1}{2}a\sqrt{3} \end{cases}$

$\frac{\Delta}{4} = 48a^2-24(6a^2-16ma^2) = 48a^2-144a^2+384ma^2 = -96a^2+384ma^2$

$\Delta = 0$ per $m=\frac{1}{4}$

$\Delta > 0$ per $m > \frac{1}{4}$

$A = 2 > 0 \; \forall m$

$B = -8a\sqrt{3} < 0$ per $\forall m$

$C = 6a^2 - 16ma^2 \geq 0$ per $m \leq \frac{3}{8}$

$f\left(\frac{1}{2}a\sqrt{3}\right) = 18a^2 - 12a^2 + 6a^2 - 16ma^2 = 12a^2 - 16ma^2 \geq 0$ per $m \leq \frac{3}{4}$

$-\frac{B}{2A} = \frac{8a\sqrt{3}}{24} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

quando il parametro non è né nell'A, né nel B non c'è bisogno di porre il $-\frac{B}{2A}$

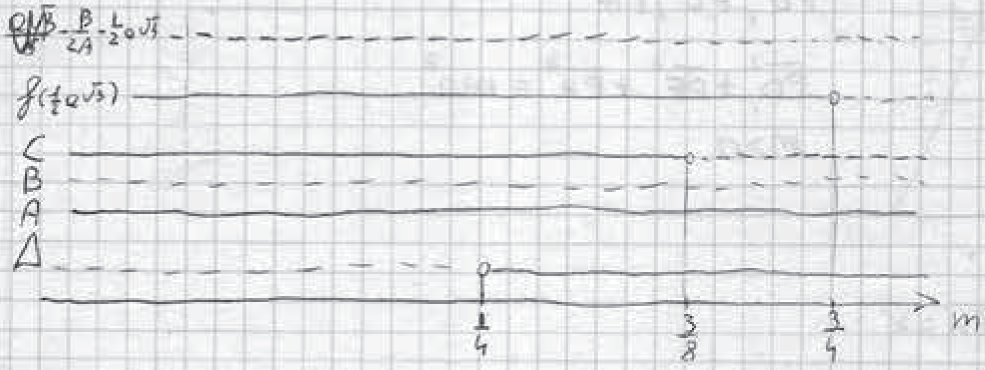
$\frac{a\sqrt{3}}{3} > \frac{1}{2}a\sqrt{3}$

$\frac{a\sqrt{3}}{3} - \frac{1}{2}a\sqrt{3} > 0$

$\frac{2a\sqrt{3} - 3a\sqrt{3}}{6} > 0$

$-\frac{a\sqrt{3}}{6} > 0$ ~~per~~

$\frac{a\sqrt{3}}{6} < 0 \; \forall m$



1° caso) $m < \frac{1}{4}$ $\Delta < 0$ il problema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

2° caso) $m = \frac{1}{4}$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \frac{a\sqrt{3}}{6}$

$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$

$\left.\begin{array}{l} f(\frac{1}{2}a\sqrt{3}) \geq 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$\frac{1}{2}a\sqrt{3}$" è esterno all'intervallo delle radici.

$0 \quad x_1 = x_2 \quad \frac{1}{2}a\sqrt{3}$

Il problema ha 2 soluzioni coincidenti

3° caso) $\frac{1}{4} < m < \frac{3}{8}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$

$\left.\begin{array}{l} f(\frac{1}{2}a\sqrt{3}) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$\frac{1}{2}a\sqrt{3}$" è esterno all'intervallo delle radici e precisamente a destra perché abbiamo visto che

$0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \frac{1}{2}a\sqrt{3}$ | $\frac{1}{2}a\sqrt{3}$ è sempre a destra della semisomma

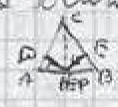
Il problema ha 2 soluzioni

4° caso) $m=\frac{3}{8}$ $C=0 \Rightarrow 24x^2-8ax\sqrt{3}$

$x_1=0$

$x_2=\frac{a\sqrt{3}}{3}<\frac{1}{2}a\sqrt{3}$

Il problema ha 2 soluzioni una delle quali $(x=0)$ è la soluzione limite inferiore.
(nei casi particolari) ~~la figura si~~ per $x=0$ le figure si presentano così:

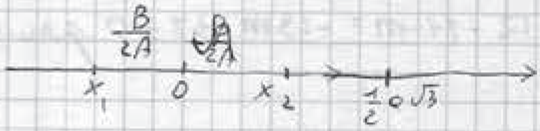


5° caso) $\frac{3}{8}<m<\frac{3}{4}$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ B<0 \\ C<0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1>0 \\ x_2<0 \end{array} \quad |x_1|<|x_2|$$

$$\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{1}{2}a\sqrt{3}\right)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{"}\tfrac{1}{2}a\sqrt{3}\text{" è esterno all'intervallo delle radici}$$

inutile $\left(-\frac{B}{2A}-\frac{1}{2}a\sqrt{3}<0 \Rightarrow -\frac{B}{2A}<-\frac{1}{2}a\sqrt{3}\right)$



Il problema ha una sola soluzione data dalla radice più grande.

6° caso) $m=\frac{3}{4}$ $f\left(\frac{1}{2}a\sqrt{3}\right)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}a\sqrt{3}$ e $x=-\frac{B}{A}-\frac{1}{2}a\sqrt{3}=$

$\frac{a\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}a\sqrt{3}=-\frac{a\sqrt{3}}{6}<0$

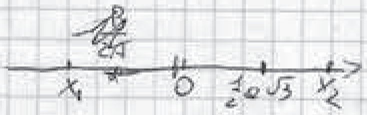
Il problema ha 1 soluzione data dal limite superiore e le figure si presentano così:

7° caso) $m>\frac{3}{4}$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ B<0 \\ C<0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1<0 \\ x_2>0 \end{array} \quad |x_1|<|x_2|$$

$$\left.\begin{array}{l} f\left(\frac{1}{2}a\sqrt{3}\right)<0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{"}\tfrac{1}{2}a\sqrt{3}\text{" è interno all'intervallo delle radici}$$

$\cancel{-\frac{B}{2A}<\frac{1}{2}a\sqrt{3}}$



Il problema non ha soluzioni perché le radici non ~~sono~~ ~~state~~ rispettano i limiti.

Compito del 14.1.1984:

$$\begin{cases} x^2-(3m-2)x-11-m=0 \\ -4\leq x\leq 6 \end{cases}$$

Discutere il sistema dato.

$\Delta=(3m-2)^2-4(-11-m)=9m^2-12m+4+44+4m=9m^2-8m+48$

$m=\frac{4\pm\sqrt{16-432}}{9}=$ impossibile

$\Delta>0\ \forall m$

$A=1>0\ \forall m$

$f(-4)=16+12m-8-11-m=11m-3\geq 0$ per $m\geq\frac{3}{11}$

$f(6)=36-18m+12-11-m=-19m+37\geq 0$ per $19m-37\leq 0$ per $m\leq\frac{37}{19}$

$-\frac{B}{2A}=\frac{3m-2}{2}$

$\frac{3m-2}{2}\geq -4$

$\frac{3m-2}{2}+4\geq 0$

$\frac{3m-2+8}{2}\geq 0$

$\frac{3m+6}{2}\geq 0$

$\frac{N}{D}\geq 0$ per $m\geq -2$

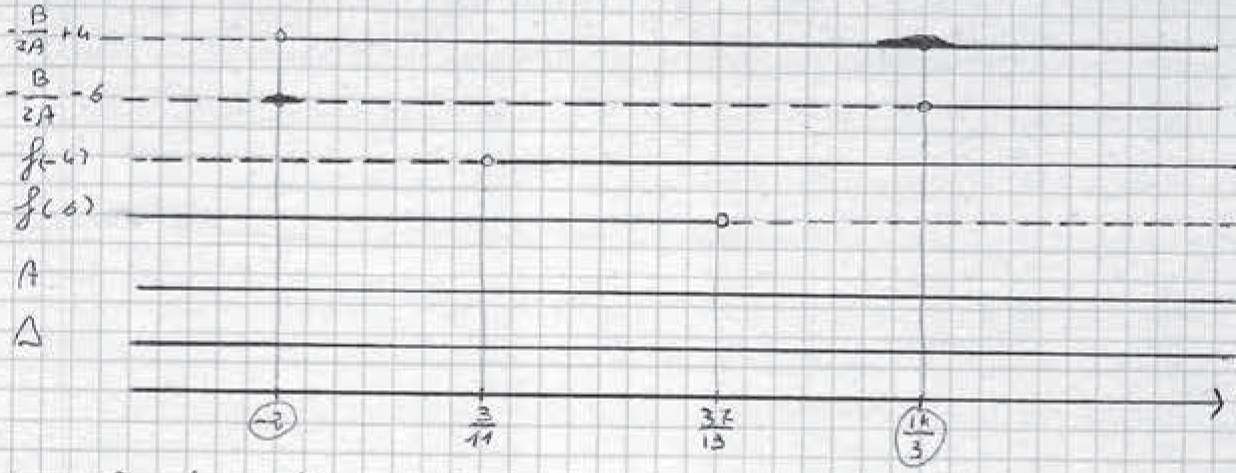
$\frac{3m-2}{2}\geq 6$

$\frac{3m-2}{2}-6\geq 0$

$\frac{3m-2-12}{2}\geq 0$

$\frac{3m-14}{2}\geq 0$

$\frac{N}{D}\geq 0$ per $m\geq\frac{14}{3}$



1° caso) $m<\frac{3}{11}$. $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$.

$\left.\begin{array}{l} f(-4)<0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-4" è interno allo intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(6)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "6" è esterno all'intervallo delle radici

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più grande

2° caso) $m=\frac{3}{11}$ $f(-4)=0 \Rightarrow x=-4$ et $x=-\frac{B}{A}+4=3m-2+4=\frac{9}{11}+2=\frac{9+22}{11}=\frac{31}{11}$.

Il sistema ha 2 soluzioni.

3° caso) $\frac{3}{11}<m<\frac{37}{19}$. $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} f(-4)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-4" è esterno allo intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(6)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "6" è esterno allo intervallo delle radici

$-\frac{B}{2A}+4>0 \Rightarrow -\frac{B}{2A}>-4$

$-\frac{B}{2A}-6<0 \Rightarrow -\frac{B}{2A}<6$

Il sistema ha 2 soluzioni

4° caso) $m=\frac{37}{19}$. $f(6)=0 \Rightarrow x=6$ et $x=-\frac{B}{A}-6=3m-2-6=\frac{111}{19}-8=\frac{111-152}{19}=-\frac{41}{19}$.

Il sistema ha 2 soluzioni.

5° caso) $m>\frac{37}{19}$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{array}{l} f(-4)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-4" è esterno allo intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(6)<0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "6" è interno allo intervallo delle radici.

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola.

Calcolare le funzioni circolari dell'angolo di 30° ($\frac{\pi}{6}$ rad)

$\alpha = 30°$

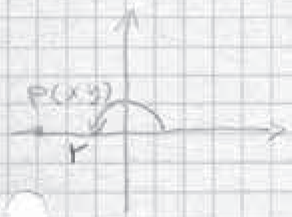
$\alpha = 30° \Rightarrow \{ y = \frac{1}{2} r \; ; \; x = \frac{1}{2} r\sqrt{3}$

$\cos 30° = \frac{x}{r} = \frac{\frac{1}{2} r\sqrt{3}}{\cancel{r}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\operatorname{sen} 30° = \frac{y}{r} = \frac{\frac{1}{2} r}{r} = \frac{1}{2}$

$\operatorname{tg} 30° = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2} r}{\frac{1}{2} r\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

$\alpha = 180° \Rightarrow \begin{cases} x = -r \\ y = 0 \end{cases}$

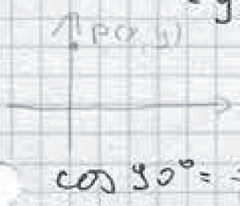


$\cos 180° = \frac{x}{r} = \frac{-r}{r} = -1$

$\operatorname{sen} 180° = \frac{y}{r} = \frac{0}{r} = 0$

$\operatorname{tg} 180° = \frac{y}{x} = \frac{0}{-r} = 0$

$\alpha = 90° \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = r \end{cases}$

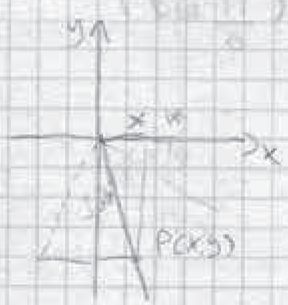


$\cos 90° = \frac{x}{r} = \frac{0}{r} = 0$

$\operatorname{sen} 90° = \frac{y}{r} = \frac{r}{r} = 1$

$\operatorname{tg} 90° = \frac{y}{x} = \frac{r}{0}$ impossibile

$\alpha = 300° \ (\frac{5}{3}\pi \ rad) \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} r \\ y = -\frac{1}{2} r\sqrt{3} \end{cases}$



$\cos 300° = \frac{x}{r} = \frac{\frac{1}{2} r}{r} = \frac{1}{2}$

$\operatorname{sen} 300° = \frac{y}{r} = \frac{-\frac{1}{2} r\sqrt{3}}{r} = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\operatorname{tg} 300° = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{1}{2} r\sqrt{3}}{\frac{1}{2} r} = -\sqrt{3}$

Esercizio: calcolare le ~~seguenti~~ funzioni circolari dei seguenti angoli (inoltre convertire in radianti)

$\alpha = 60° = \frac{60}{180}\pi \ rad = \frac{1}{3}\pi \ rad.$

$\alpha = 150° = \frac{150}{180}\pi \ rad = \frac{5}{6}\pi \ rad.$

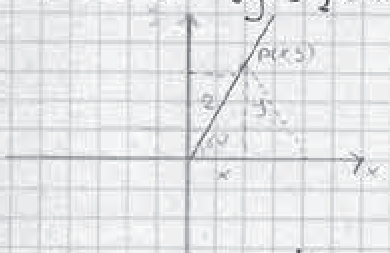
$\alpha = 120° = \frac{120}{180}\pi \ rad = \frac{2}{3}\pi \ rad.$

$\alpha = 210° = \frac{210}{180}\pi \ rad = \frac{7}{6}\pi \ rad.$

$\alpha = 270° = \frac{270}{180}\pi \ rad = \frac{3}{2}\pi \ rad.$

$\alpha = 315° = \frac{315}{180}\pi \ rad = \frac{7}{4}\pi \ rad.$

$\boxed{\alpha = 60°} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} r \\ y = \frac{1}{2} r\sqrt{3} \end{cases}$

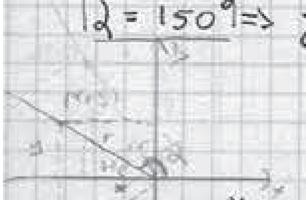


$\cos 60° = \frac{x}{r} = \frac{\frac{1}{2} r}{r} = \frac{1}{2}$

$\operatorname{sen} 60° = \frac{y}{r} = \frac{\frac{1}{2} r\sqrt{3}}{r} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\operatorname{tg} 60° = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2} r\sqrt{3}}{\frac{1}{2} r} = \sqrt{3}$

$\boxed{\alpha = 150°} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} r\sqrt{3} \\ y = \frac{1}{2} r \end{cases}$

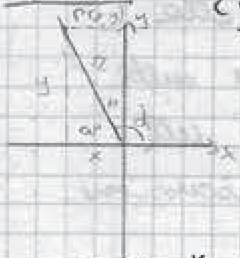


$\cos 150° = \frac{x}{r} = \frac{-\frac{1}{2} r\sqrt{3}}{r} = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\operatorname{sen} 150° = \frac{y}{r} = \frac{\frac{1}{2} r}{r} = \frac{1}{2}$

$\operatorname{tg} 150° = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2} r}{-\frac{1}{2} r\sqrt{3}} = -\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-\sqrt{3}}{3}.$

$\boxed{\alpha = 120°} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} r \\ y = \frac{1}{2} r\sqrt{3} \end{cases}$

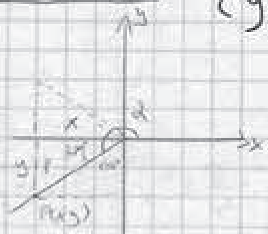


$\cos 120° = \frac{x}{r} = \frac{-\frac{1}{2}\cancel{r}}{\cancel{r}} = -\frac{1}{2}$

$\text{sen } 120° = \frac{y}{r} = \frac{\frac{1}{2}\cancel{r}\sqrt{3}}{\cancel{r}} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\text{tg } 120° = \frac{y}{x} = \frac{\frac{1}{2}r\sqrt{3}}{-\frac{1}{2}r} = -\sqrt{3}$

$\boxed{\alpha = 210°} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{1}{2} r\sqrt{3} \\ y = -\frac{1}{2} r \end{cases}$

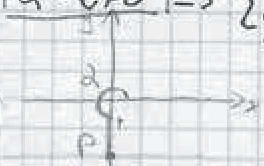


$\cos 210° = \frac{x}{r} = \frac{-\frac{1}{2}r\sqrt{3}}{\cancel{r}} = -\frac{1}{2}\sqrt{3}$

$\text{sen } 210° = \frac{y}{r} = \frac{-\frac{1}{2}\cancel{r}}{\cancel{r}} = -\frac{1}{2}$

$\text{tg } 210° = \frac{y}{x} = \frac{-\frac{1}{2}r}{-\frac{1}{2}r\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

$\boxed{\alpha = 270°} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -r \end{cases}$

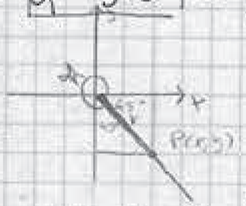


$\cos 270° = \frac{x}{r} = \frac{0}{r} = 0$

$\text{sen } 270° = \frac{y}{r} = \frac{-\cancel{r}}{\cancel{r}} = -1$

$\text{tg } 270° = \frac{y}{x} = \frac{-r}{0}$ impossibile

$\boxed{\alpha = 315°} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{r\sqrt{2}}{2} \\ y = -\frac{r\sqrt{2}}{2} \end{cases}$

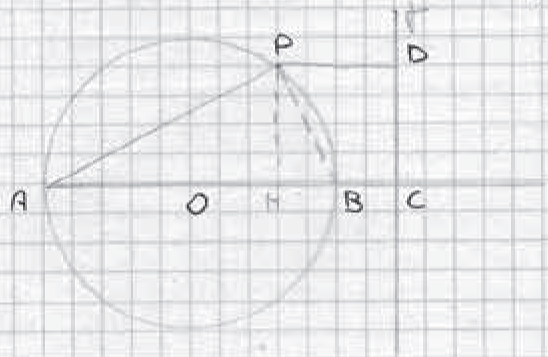


$\cos 315° = \frac{x}{r} = \frac{\frac{\cancel{r}\sqrt{2}}{2}}{\cancel{r}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin 315° = \frac{y}{r} = \frac{-\frac{r\sqrt{2}}{2}}{r} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\text{tg } 315° = \frac{y}{x} = \frac{\frac{2\sqrt{2}}{2}}{\frac{2\sqrt{2}}{2}} = -1$

Es n: 49 pag 590 Problema: Data una circonferenza di centro O e diametro AB = 2r, si consideri la retta t perpendicolare alla semiretta OB alla distanza $\frac{3}{2}r$ dal centro O. Determinare nella circonferenza un punto P tale che la somma dei quadrati delle sue distanze da A e dalla perpendicolare t s.a Kr^2. Discussione.



$\overline{AB} = 2r$

$\overline{OC} = \frac{3}{2}r \Rightarrow \overline{BC} = \frac{1}{2}r$

$\overline{AP}^2 + \overline{PD}^2 = Kr^2$

pongo $\overline{AP} = x$

$0 < x < 2r$

$\overline{PH} = \frac{AP \cdot PB}{AB}$

$\overline{AP} = x$

$\overline{PB} = \sqrt{4r^2 - x^2}$

$\overline{PH} = \frac{x\sqrt{4r^2-x^2}}{2r}$

$\overline{HB} = \sqrt{\overline{PB}^2 - \overline{PH}^2} = \sqrt{4r^2 - x^2 - \frac{4r^2x^2 - x^4}{4r^2}} = \sqrt{\frac{16r^4 - 4r^2x^2 - 4r^2x^2 + x^4}{4r^2}} = \sqrt{\frac{16r^4 - 8r^2x^2 + x^4}{4r^2}} = \frac{4r^2 - x^2}{2r}$

$\overline{PD} = \frac{4r^2 - x^2}{2r} + \frac{1}{2}r = \frac{4r^2 - x^2 + r^2}{2r} = \frac{5r^2 - x^2}{2r}$

$$\begin{cases} x^2 + \dfrac{25r^4 - 10r^2x^2 + x^4}{4r^2} - Kr^2 = 0 \\ 0 \leq x \leq 2r \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^4 - 6x^2r^2 + 25r^4 - 4Kr^4 = 0 \\ 0 \leq x \leq 2r \end{cases}$$

$\frac{\Delta}{4} = 9r^4 - 25r^4 + 4Kr^4 = 4Kr^4 - 16r^4$.

$\Delta = 0$ per $K = 4$

$\Delta > 0$ per $K > 4$

$A = 1 > 0 \ \forall K$

$B = -6r^2 < 0 \ \forall K$

$C = 25r^4 - 4Kr^4 \geq 0$ per $K \leq \frac{25}{4}$

62

$f(2z) = 16z^4 - 24z^4 + 25z^4 - 4Kz^4 = 17z^4 - 4Kz^4 \geq 0$ per $K \leq \frac{17}{4}$

Riepilogo:

$\Delta \geq 0$ per $K \geq 4$ $\quad$ $B < 0\ \forall$ $\quad$ $f(2z) \geq 0$ per $K \leq \frac{17}{4}$

$A > 0\ \forall K$ $\quad$ $C \geq 0$ per $K \leq \frac{25}{4}$

1° caso) $K < 4$ $\quad$ $\Delta < 0$ il problema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

2° caso) $K = 4$ $\quad$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \frac{6z^2}{2} = 3z^2$

3° caso) $4 < K < \frac{17}{4}$ $\quad$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

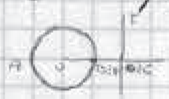
$$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(2z) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{"2z" è esterno all'intervallo delle radici}$$

Il problema ha 2 soluzioni.

4° caso) $K = \frac{17}{4}$ $\quad$ $f(2z) = 0 \Rightarrow x = 2z$ e $x = -\frac{B}{A} - 2z = 6z^2 - 2z$

Il problema ha 2 soluzioni di cui una è data dalla soluzione limite sup-
ire e la figura si specializza così:



5° caso) $\frac{17}{4} < K < \frac{25}{4}$ $\quad$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(2z) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{"2z" è interno all'intervallo delle radici}$$

Il problema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola.

6° caso) $K = \frac{25}{4}$ $\quad C = 0 \Rightarrow x^4 - 6x^2 z^2$

$x_1 = 0$

$x_2 = \pm\sqrt{6} > 22$

Il problema ha una sola soluzione data dalla soluzione limite inferiore e la figura si specializza così:

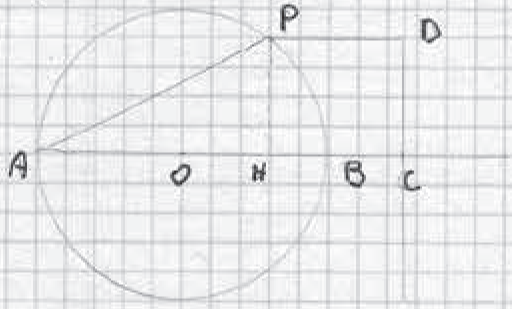
7° caso) $K > \frac{25}{4}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ B < 0 \\ C < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 < 0 \\ x_2 > 0 \end{array} \qquad |x_1| < |x_2|$$

$$\left.\begin{array}{l} f(22) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{“22” è interno all'intervallo delle radici.}$$

Il problema non ha soluzioni perché le radici non soddisfano le limitazioni.

Es n. 49 pag 590 Problema: Data una circonferenza di centro O e diametro $\overline{AB} = 2r$ si consideri la retta t perpendicolare alla semiretta OB alla distanza $\frac{3}{2}r$ dal centro O. Determinare sulla circonferenza un punto P tale che la somma dei quadrati delle sue distanze da A e dalla perpendicolare t sia Kr^2. Discussione.



$\overline{AB} = 2r$

$\overline{AP}^2 + \overline{PD}^2 = Kr^2$

pongo $\overline{PD} = x$

$\frac{1}{2}r < x < \frac{5}{2}r$

$\overline{OH} = \frac{3}{2}r - x$

$\overline{AH} = r + \frac{3}{2}r - x = \frac{5}{2}r - x$

$\overline{PH}^2 = r^2 - \left(\frac{3}{2}r - x\right)^2 = r^2 - \frac{9}{4}r^2 + 3rx - x^2 = \frac{-4x^2 + 12rx + 4r^2 - 9r^2}{4}$

$\overline{AP}^2 = \left(\frac{5}{2}r - x\right)^2 + \left(\frac{-4x^2 + 12rx - 5r^2}{4}\right) = \frac{25}{4}r^2 - 5rx + x^2 + \frac{-4x^2 + 12rx - 5r^2}{4} =$

$\frac{25r^2 - 20rx + \cancel{4x^2} - \cancel{4x^2} + 12rx - 5r^2}{4} = 5r^2 - 2rx$

$$\begin{cases} 5r^2 - 2rx + x^2 - Kr^2 = 0 \\ \frac{1}{2}r \le x \le \frac{5}{2}r \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 2rx + 5r^2 - Kr^2 = 0 \\ \frac{1}{2}r \le x \le \frac{5}{2}r \end{cases}$$

$\frac{\Delta}{4} = r^2 - 5r^2 + Kr^2 = Kr^2 - 4r^2$

$\Delta = 0$ per $K = 4$

$\Delta > 0$ per $K > 0$

$A = 1 > 0 \ \forall K$

$f\left(\frac{1}{2}r\right) = \frac{1}{4}r^2 - r^2 + 5r^2 - Kr^2 = r^2 - 4r^2 + 20r^2 - 4Kr^2 \ge 0$ per $-4Kr^2 + 17r^2 \ge 0$ per $K \le \frac{17}{4}$

$f\left(\frac{5}{2}r\right) = \frac{25}{4}r^2 - \cancel{5r^2} + \cancel{5r^2} - Kr^2 \ge 0$ per $K \le \frac{25}{4}$

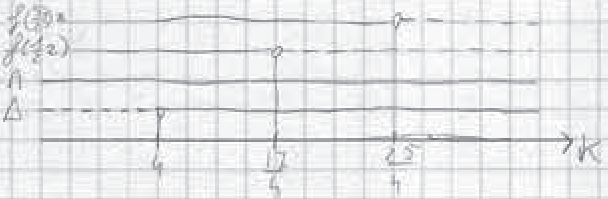
Riepilogo:

$\Delta \geq 0$ per $K \geq 4$

$A > 0 \ \forall K$

$f(\frac{1}{2}r) > 0$ per $K \leq \frac{17}{4}$

$f(\frac{5}{2}r) > 0$ per $K \leq \frac{25}{4}$



1° caso) $K < 4$ $\quad \Delta < 0$ il problema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

2° caso) $K = 4$ $\quad \Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \frac{2r}{2} = r$

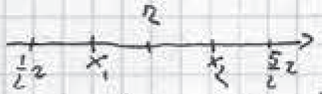
il problema ha 2 soluzioni coincidenti.

3° caso) $4 < K < \frac{17}{4}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ f(\frac{1}{2}r) > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$\frac{1}{2}r$" è esterno all'intervallo delle radici.

$\left.\begin{array}{l} f(\frac{5}{2}r) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$\frac{5}{2}r$" è esterno all'intervallo delle radici

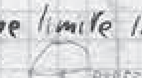
$-\frac{B}{2A} = r$



Il problema ha 2 soluzioni

4° caso) $K = \frac{17}{4}$ $\quad f(\frac{1}{2}r) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}r$ et $x = -\frac{B}{A} - \frac{1}{2}r = 2r - \frac{1}{2}r = \frac{3}{2}r$

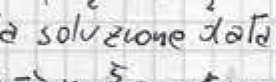
Il problema ha 2 soluzioni di cui una è la soluzione limite inferiore e la figura si specializza così:



5° caso) $\frac{17}{4} < K < \frac{25}{4}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(\frac{1}{2}r) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$\frac{1}{2}r$" è interno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(\frac{5}{2}r) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$\frac{5}{2}r$" è esterno all'intervallo delle radici



Il problema ha una sola soluzione data dalla radice più grande.

6° caso) $K = \frac{25}{4}$ $\quad f(\frac{5}{2}r) = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{2}r$ et $x = -\frac{B}{A} - \frac{5}{2}r = 2r - \frac{5}{2}r = -\frac{1}{2}r < \frac{1}{2}r$.

Il problema ha una sola soluzione data dalla soluzione limite superiore e la figura si specializza così:

7° caso) $K > \frac{25}{4}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(\frac{1}{2}r) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$\frac{1}{2}r$" è interno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(\frac{5}{2}r) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$\frac{5}{2}r$" è interno all'intervallo delle radici.

Il problema non ha soluzioni.

$$\sqrt{x-3} = x-5$$

$$\begin{cases} x-3 = (x-5)^2 \\ x-5 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{11 \pm 3}{2} < \begin{matrix} x=4 \\ x=7 \end{matrix} \\ x \geq 5 \end{cases}$$

$x = 7$ soluzione equazione di partenza

$$-\sqrt{x-3} = x-5$$

$$\begin{cases} x-3 = (x-5)^2 \\ x-5 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{11 \pm 3}{2} < \begin{matrix} x=4 \\ x=7 \end{matrix} \\ x \leq 5 \end{cases}$$

$x = 4$ soluzione equazione di partenza

$$x^2 - 9 < 0$$

$$-3 < x < 3$$

$$\sqrt{x-1} = x-1$$

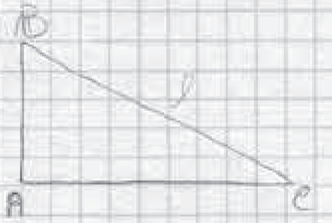
$$\begin{cases} x-1 = (x-1)^2 \\ x-1 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 - 3x + 2 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \text{ et } x = 2 \\ x \geq 1 \end{cases}$$

$$\left.\begin{matrix} x=1 \\ x=2 \end{matrix}\right\} \text{soluzioni dell'equazione di partenza.}$$

Problema: In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura l e il perimetro $2p$.
Calcolare i cateti.



pongo $\overline{BC} = x$
$0 < x < l$
$\overline{AB} = \sqrt{l^2 - x^2}$

$$\begin{cases} l + x + \sqrt{l^2 - x^2} = 2p \\ 0 < x < l \end{cases}$$

$$\begin{cases} \sqrt{l^2 - x^2} = 2p - l - x \\ 0 < x < l \end{cases}$$

$$\begin{cases} l^2 - x^2 = (2p - l - x)^2 \\ 2p - l - x \geq 0 \\ 0 < x < l \end{cases}$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 2(2p - l)x + 4p^2 - 4pl = 0 \\ 0 < x < l \\ x \leq 2p - l \end{cases}$$

perché il secondo membro dell'equazione irrazionale deve essere positivo

$$\frac{\Delta}{4} = (2p - l)^2 - 2(4p^2 - 4pl) = 4p^2 - 4pl + l^2 - 8p^2 + 8pl = l^2 + 4pl - 4p^2$$

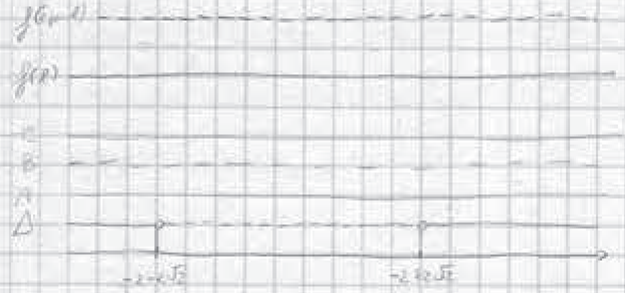
$$l = \frac{-2 \pm \sqrt{4+4}}{1} = -2 \pm 2\sqrt{2} \quad \begin{matrix} x_1 = -2 - 2\sqrt{2} \\ x_2 = -2 + 2\sqrt{2} \end{matrix}$$

$\Delta = 0$ per $l = -2 - 2\sqrt{2}$ et $l = -2 + 2\sqrt{2}$.
$\Delta > 0$ per $l < -2 - 2\sqrt{2}$ et $l > -2 + 2\sqrt{2}$.
$A = 2 > 0 \ \forall l$
$B \geq 0 \ \forall l$
$C = 4p^2 - 4pl \geq 0$ per $4pl \leq 4p^2$ per $l \leq p$.

$f(l) = 2l^2 - 4pl + 2l^2 + 4p^2 - 4pl = 4l^2 - 8pl + 4p^2 \geq 0$ per $\forall l$.

$$l = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 16}}{4} = 1.$$

$f(2p - l) = 4p - 2l - 2(2p - l)^2 + 4p^2 - 4pl = 4p - 2l - 8p^2 + 8pl - 2l^2 + 4p^2 - 4pl =$
$-2l^2 + 2pl - 6p^2 < 0 \ \forall l$



1° caso) $\ell < -2-2\sqrt{2}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ B<0 \\ C>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1>0 \\ x_2>0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(\ell)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$ "ℓ" è esterno all'intervallo delle radici.

$0 \quad x_1 \quad x_2 \quad \ell$

Il problema ha 2 soluzioni.

2° caso) $\ell = -2-2\sqrt{2}$ $\quad \Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \frac{2p-\ell}{2}$

Il ~~problema~~ problema ha 2 soluzioni coincidenti.

3° caso) $-2-2\sqrt{2} < \ell < -2+2\sqrt{2}$ $\quad \Delta < 0$

Il problema non ha soluzioni perché le radici non sono reali

4° caso) $\ell = -2+2\sqrt{2}$ $\quad \Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \frac{2p-\ell}{2}$

Il problema ha 2 soluzioni coincidenti.

5 caso) $\ell > -2+2\sqrt{2}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ B<0 \\ C>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1>0 \\ x_2>0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(\ell)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$ "ℓ" è esterno all'intervallo delle radici

$0 \quad x \quad x_1 \quad \ell$

Il problema ha 2 soluzioni.

Non va bene. Da rifare fin dal Δiscriminante.

$$\begin{cases} \ell^2 - x^2 = (2p - x - \ell)^2 \\ 0 < x < \ell \quad \text{superfluo} \\ x \leq 2p - \ell \end{cases}$$

$$\ell^2 - x^2 \geq 0$$

$$-\ell \leq x \leq \ell$$

$$\begin{cases} 2x^2 - 2(2p-\ell)x + 4p^2 - 4p\ell = 0 \\ 0 < x \leq 2p - \ell \end{cases}$$

$$\frac{\Delta}{4} = (2p-\ell)^2 - 2(4p^2 - 4p\ell) = 4p^2 - 4p\ell + \ell^2 - 8p^2 + 8p\ell = \ell^2 + 4p\ell - 4p^2 \geq 0$$

$\Delta = 0$ per ℓ

$$\ell = \frac{-2p \pm \sqrt{8p^2}}{1} = -2p \pm 2p\sqrt{2}$$

$\Delta > 0$ per $\underbrace{\ell < -2p - 2p\sqrt{2}}_{\text{non mi interessa}}$ et $\underbrace{\ell > -2p + 2p\sqrt{2}}_{\text{mi interessa}}$

$A = 2 > 0 \; \forall \ell$

$B \geq 0$ per $2p - \ell \leq 0 \Rightarrow \ell \geq 2p$

$C = 4p^2 - 4p\ell \geq 0$ per $\ell \leq p$

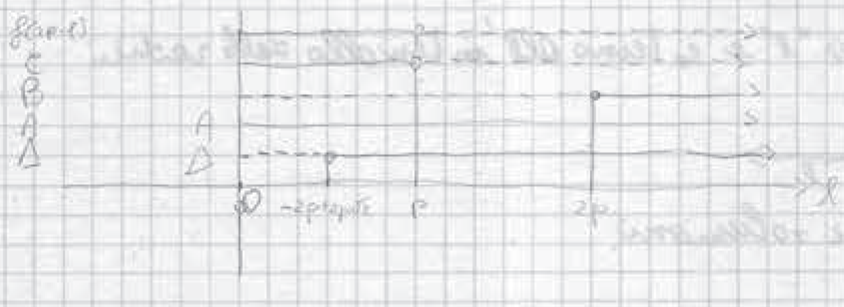
$$-\frac{B}{2A} = \frac{2p-\ell}{2}$$

$$\frac{2p-\ell}{2} > 2p - \ell$$

ma:

$$\frac{2p-\ell}{2} < 2p - \ell \quad \forall \ell$$

$$f(2p-\ell) = \cancel{8p^2} - \cancel{8p\ell} + \cancel{2\ell^2} - \cancel{8p^2} + \cancel{8p\ell} - \cancel{2\ell^2} + 4p^2 - 4p\ell \geq 0 \text{ per } \ell \leq p$$



1: caso) $0<l<-2p+2p\sqrt{2}$ $\Delta<0$ il problema non soluzioni perchè le radici non sono reali.

2: caso) $l=-2p+2p\sqrt{2}$ $\Delta=0 \Rightarrow \exists\, x_1=x_2=-\frac{B}{2A}=\frac{2p-l}{2}=\frac{2p+2p-2p\sqrt{2}}{2}=2p-p\sqrt{2}$

$2p-p\sqrt{2}<2p-\cancel{l}$

$p\sqrt{2}>l$

$l<p\sqrt{2}$

confrontiamo

$p\sqrt{2} \overset{?}{>} -2p+2p\sqrt{2}$

$2p \overset{?}{>} p\sqrt{2}$

$2p>p\sqrt{2}$

Il problema ha 2 soluzioni coincidenti.

3: caso) $-2p+2p\sqrt{2}<l<p$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} A+ \\ B- \\ C+ \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1>0 \\ x_2>0 \end{array}$

$\left.\begin{array}{l} f(2p-l)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$2p-l$" è esterno all'intervallo delle radici

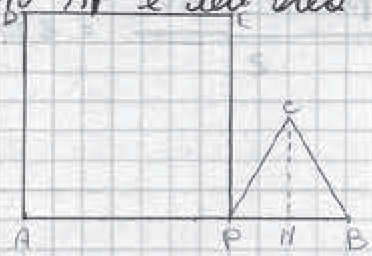
Il problema ha 2 soluzioni

4: caso $l=p$ $\Delta=0$ $f(2p-l)=0 \Rightarrow x=2p-l$ et $x=-\frac{B}{A}-2p+l$;

5: caso

Il problema non ha soluzioni perchè le radici non soddisfano le limitazioni.

Es n: 50 pag 590 Dato un segmento $\overline{AB} = a$ si prende su di esso un punto P in modo che sia ka^2 la somma dell'area del quadrato di lato AP e dell'area del triangolo equilatero di lato PB. Discussione.



$\overline{AB} = a$

$$ka^2 = \overline{AP}^2 + \frac{\overline{PB} \cdot \overline{CH}}{2}$$

pongo $\overline{PB} = x$

$0 \le x \le a$

$\overline{CH} = \frac{x\sqrt3}{2}$

$\overline{AP} = a - x$

$$\begin{cases} (a-x)^2 + \dfrac{x^2\sqrt3}{4} = ka^2 \\ 0 \le x \le a \end{cases}$$

$$\begin{cases} a^2 - 2ax + x^2 + \dfrac{x^2\sqrt3}{4} - ka^2 = 0 \\ 0 \le x \le a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a^2 - 8ax + 4x^2 + x^2\sqrt3 - 4ka^2 = 0 \\ 0 \le x \le a \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 + x^2\sqrt3 - 8ax + 4a^2 - 4ka^2 = 0 \\ 0 \le x \le a \end{cases}$$

$$\frac{\Delta}{4} = 16a^2 - (4+\sqrt3)(4a^2 - 4ka^2) = \cancel{16a^2} - \cancel{16a^2} - 4a^2\sqrt3 + 16ka^2 + 4ka^2\sqrt3 =$$

$$= 16ka^2 + 4ka^2\sqrt3 - 4a^2\sqrt3 = 4ka^2 + ka^2\sqrt3 - a^2\sqrt3.$$

$\Delta = 0$ per $k = \frac{\sqrt3}{4+\sqrt3}$

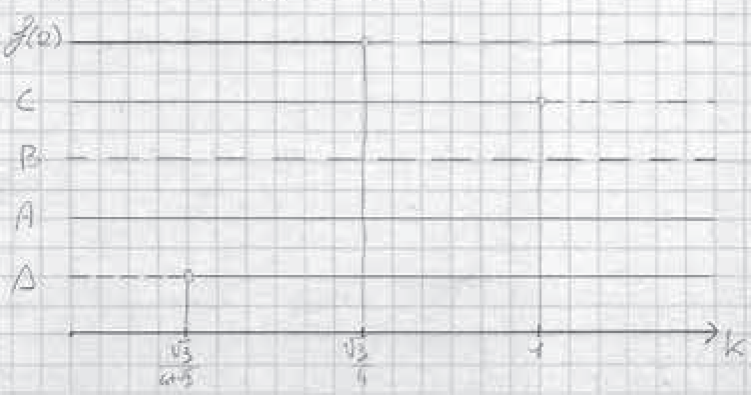
$\Delta > 0$ per $k > \frac{\sqrt3}{4+\sqrt3}$

$A = 4 + \sqrt3 > 0 \ \forall k$

$B = -8a < 0 \ \forall B$

$C = 4a^2 - 4ka^2 \ge 0$ per $k \le 1$

$f(a) = 4\cancel{a^2} + a^2\sqrt3 - \cancel{8a^2} + \cancel{4a^2} - 4ka^2 = a^2\sqrt3 - 4ka^2 \ge 0$ per $k \le \frac{\sqrt3}{4}$



1° caso) $K < \frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ $\Delta < 0$ il problema non ha soluzioni perché le radici non sono reali

2° caso) $K = \frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 \in \mathbb{R}$ $-\frac{B}{2A} = \frac{8a}{8+2\sqrt{3}} < a$ il problema ha 2 soluzioni coincidenti e la figura si specializza così:

3° caso) $\frac{\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}} < K < \frac{\sqrt{3}}{4}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ B<0 \\ C>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1>0 \\ x_2>0 \end{array}$$

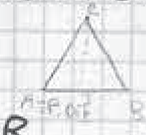
$\left.\begin{array}{l} f(a)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "a" è esterno all'intervallo delle radici

$0 \quad x_1 \quad x_2 \quad a$

Il problema ha 2 soluzioni.

4° caso) $K = \frac{\sqrt{3}}{4}$ $f(a) = 0 \Rightarrow x = a$ et $x = -\frac{B}{A} - a = \frac{8a}{4+\sqrt{3}} - a < a$

Il problema ha 2 soluzioni e la figura si specializza così:



5° caso) $\frac{\sqrt{3}}{4} < K < 1$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ B<0 \\ C>0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1>0 \\ x_2>0 \end{array}$$

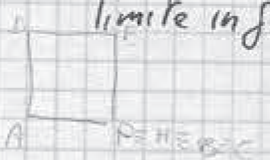
$\left.\begin{array}{l} f(a)<0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "a" è interno all'intervallo delle radici

$0 \quad x_1 \quad a \quad x_2$

Il problema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola

6° caso) $K = 1$ $C = 0 \Rightarrow 4x^2 + x^2\sqrt{3} - 8ax = 0$ $x_1 = 0$ et $x_2 = \frac{8a}{4+\sqrt{3}}$

Il problema ha una sola soluzione data dal limite inferiore e la figura si specializza così:



7° caso) $K > 1$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ B<0 \\ C<0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1<0 \\ x_2>0 \end{array} \quad |x_2| > |x_1|$$

$\left.\begin{array}{l} f(a)<0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "a" è interno all'intervallo delle radici

$x_1 \quad 0 \quad a \quad x_2$

Il problema non ha nessun soluzione perché le radici non soddisfano le limitazioni.

Importante tenere sempre sotto controllo dal punto di vista dimensionale l'equazione.

Si dice numero puro il rapporto fra 2 grandezze omogenee; in altre parole è un numero senza "~~[illegible]~~" dimensioni
Al contrario si dice ~~[illegible]~~ grandezza un numero con "~~[illegible]~~" dimensioni.

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Un numero ~~[illegible]~~ con esponente 0 sono 1 per definizione
Un numero con esponente 1 è il numero stesso per definizione.

$$\left.\begin{array}{ll} a^0 = 1 & (a \neq 0) \\ a^1 = a & \end{array}\right\} \text{per definizione}$$

$$a^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$

$$a^{\sqrt{3}}$$

Calcolo di logaritmi

calcolare i seguenti logaritmi

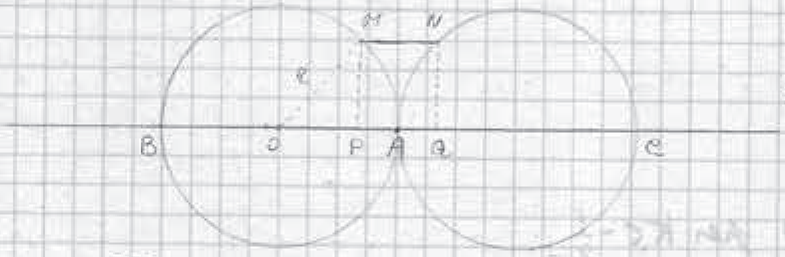
$$\log_2 8 = 3 \iff 2^3 = 8$$

$$\log_{10} 100 = 2 \iff 10^2 = 100$$

$$\log_{100} 10 = \frac{1}{2} \iff 100^{\frac{1}{2}} = \sqrt{100} = 10$$

$$\log_2 \frac{1}{16} = -4 \iff 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$$

Es n: 48 pag 590. Problema: sono date 2 circonferenze uguali di raggio r e tangenti esternamente. Determinare un segmento MN, parallelo alla retta congiungente i centri e con gli estremi sulle 2 circonferenze, in modo che, dette P e Q le proiezioni dei punti M e N sulla retta congiungente i centri, il rettangolo MNPQ abbia perimetro $2kr$. Discussione.



$\overline{AB} = \overline{AC} = 2r$

$2\overline{MN} + 2\overline{MP} = 2kr$

pongo $\overline{MN} = x$

$0 \leq x \leq 4r$

$\overline{AP} = \frac{1}{2}x$

$\overline{OP} = r - \frac{1}{2}x$

$\overline{MP} = \sqrt{r^2 - (r - \frac{1}{2}x)^2} = \sqrt{\cancel{r^2} - \cancel{r^2} + rx - \frac{1}{4}x^2} = \sqrt{\frac{4rx - x^2}{4}}$.

$2\sqrt{\frac{4rx - x^2}{4}} + 2x = 2kr$

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{4rx - x^2}{4}} = kr - x \\ 0 \leq x < 4r \\ kr - x \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4rx - x^2}{4} = (kr - x)^2 \\ 0 \leq x \leq 4r \\ x \leq kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4rx - x^2 = 4(k^2r^2 - 2krx + x^2) \\ 0 \leq x \leq 4r \\ x \leq kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4rx - x^2 = 4k^2r^2 - 8krx + 4x^2 \\ 0 \leq x \leq 4r \\ x \leq kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x^2 - 8krx - 4rx + 4k^2r^2 = 0 \\ 0 \leq x \leq 4r \\ x \leq kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5x^2 - 2r(4k+2)x + 4k^2r^2 = 0 \\ 0 \le x \le 4r \\ x \le kr \end{cases}$$

$$\frac{\Delta}{4} = r^2(4k+2)^2 - 20k^2r^2 = 16k^2r^2 + 16kr^2 + 4r^2 - 20k^2r^2 = -4k^2r^2 + 16kr^2 + 4r^2 =$$

$$-k^2r^2 + 4kr^2 + r^2 \ge 0 \text{ per } k = \frac{-2r^2 \pm \sqrt{4r^4 + r^4}}{-r^2} = \frac{-2r^2 \pm r^2\sqrt{5}}{-r^2} = \frac{-r^2(2 \pm \sqrt{5})}{-r^2} = \begin{cases} 2-\sqrt{5} \\ 2+\sqrt{5} \end{cases}$$

$\Delta = 0$ per $k = 2+\sqrt{5}$ e $k = 2-\sqrt{5}$

$\Delta > 0$ per $2-\sqrt{5} < k < 2+\sqrt{5}$

$A = 5 > 0 \ \forall k$

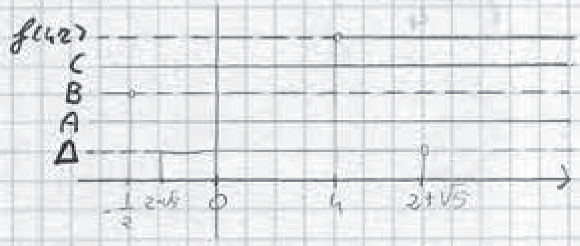
$B = -2r(4k+2) \ge 0$ per $4k+2 \le 0$ per $k \le -\frac{1}{2}$

$C = 4k^2r^2 \ge 0 \ \forall k$

$$f(4r) = 80r^2 - 32kr^2 - 16r^2 + 4k^2r^2 = 4k^2r^2 - 32kr^2 + 64r^2 \ge 0 \text{ per } k^2r^2 - 8kr^2 + 16r^2 \ge 0$$

$$k = \frac{4r^2 \pm \sqrt{16r^4 - 16r^4}}{r^2} = \frac{4r^2}{r^2} = 4$$

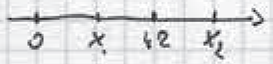
$f(4r) \ge 0$ per $k \ge 4$



1° caso) $0 < k < 4$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \ne x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{matrix} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 > 0 \\ x_2 < 0 \end{matrix}$$

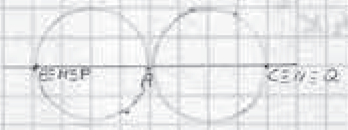
$\left.\begin{matrix} f(4r) < 0 \\ A > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "4r" è interno all'intervallo delle radici.



Il problema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola

2° caso) $k = 4$ $f(4r) = 0 \Rightarrow x = 4r$ e $x = -\frac{B}{A} - 4r = \frac{8kr + 4r}{5} - 4r = \frac{36r}{5} - 4r = \frac{36r - 20r}{5} = \frac{16}{5}r$

Il problema ha 2 soluzioni di cui uno limite superiore e la figura si specializza così:



3° caso) $4 < k < 2+\sqrt{5}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \ne x_2$

$$\left.\begin{matrix} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{matrix}$$

$\left.\begin{array}{l} f(42)>0 \\ A>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "42" è esterno all'intervallo delle radici.

$$-\frac{B}{2A} < 42$$

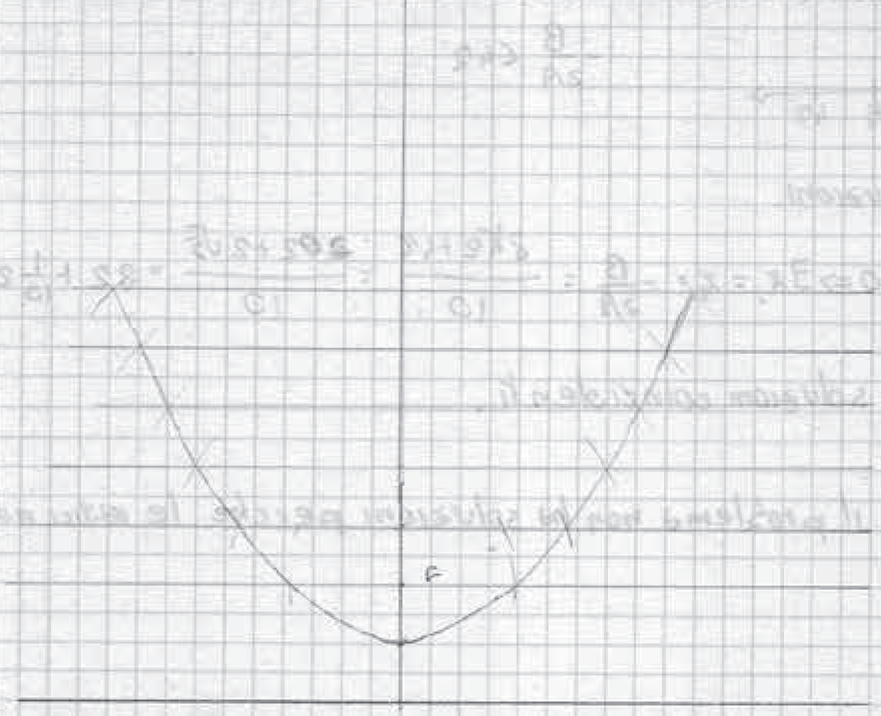
Il problema ha 2 soluzioni.

4: caso) $k = 2+\sqrt{5}$ $\quad \Delta = 0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \frac{8k_2+42}{10} = \frac{202+2\sqrt{5}}{10} = 22 + \frac{1}{10}2\sqrt{5}$

Il problema ha 2 soluzioni coincidenti.

5: caso) $k > 2+\sqrt{5}$ $\quad \Delta < 0$ il problema non ha soluzioni perché le radici non sono reali

Parabola



Calcolare i logaritmi decimali dei seguenti numeri e riporta:

3826

64286

284,38

0,06486

0,0084286

$lg_{10}\, 3826 = 3{,}58274$

$lg_{10}\, 64286 = 4{,}80811$

M 64280 80.808

M 64286

M 64290 80.814

$10 : 6 = 6 : X$

$X = \frac{6 \cdot 6}{10} = 3{,}6$

$lg\, 284{,}38 = 2{,}45390$

M 28430 45378

M 28438

M 28440 45393

$10 : 15 = 8 : x$

$x = \frac{15 \cdot 8}{10} = 12$

$lg\, 0{,}06486 = \bar{2}{,}81198 = -1{,}18802$

$lg\, 0{,}0084286 = \bar{3}{,}92575 = -2{,}07425$

M 84280 92572

M 84286

M 84290 92578

$10 : 6 = 6 : X$

$X = \frac{6 \cdot 6}{10} = 3{,}6$

riprova

$\lg_{10} N = 3,58274$

$N_{\lg} = 3826$

$\lg N = 4,80811$

$N \lg = 64285$

$\lg N = 2,45390$

$N \lg = 284,38$

$\lg N = \bar{2},81198$

$N \lg = 0,06486$

$\lg N = \bar{3},92575$

$N \lg = 0,0084285$

Determinare il raggio di base di un cono, sapendo che il volume è m^3 286,48 e che l'altezza è m 12,721

$$r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3 \cdot 286,48}{\pi \cdot 12,721}}$$

Trattandosi di una operazione monomia (senza addizione o sottrazioni) si può procedere per logaritmi.

$$\lg r = \frac{1}{2} \cdot \left(\lg 3 + \lg 286,48 - \lg \pi - \lg 12,721 \right)$$

$\lg 3 =$ 0,47712

$\lg 286,48 =$ 2,45709

$\text{colog}\,\pi = -0,49715$ $\bar{1},50285$

$\text{colog}\,12,72 = -1,10449$ $\bar{2},89551$

$2 \lg r =$ 1,33257

$\lg r = 0,666285$

$r = \text{Nlg}\,0,66628 = 4,6374$

Calcolare il volume di un cono sapendo che il raggio di base è m 4,6374 e che l'altezza è m 12,72. [Risposta m^3 286,48]

$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 21,50548 \cdot 12,72$

Trattandosi di una operazione monomia si può procedere coi logaritmi.

$\lg V = \lg \frac{1}{3} + \lg \pi + \lg 21,505 + \lg 12,72$

$\lg 0,3333 =$	$\bar{1},52284$
$\lg 12,72 =$	$1,10449$
$\lg \pi =$	$0,49715$
$\lg 21,505 =$	$1,33254$
	$2,45702$

$N\lg 2,45702 = 286,43$ Volume

Es n: 123 pag 650 Trovare l'equazione e tracciare poi il grafico della parabola con asse parallelo all'asse y, del tipo cioè $y = ax^2+bx+c$ sapendo:

I 3 punti A(0,5) B(1,4) C(2,5)

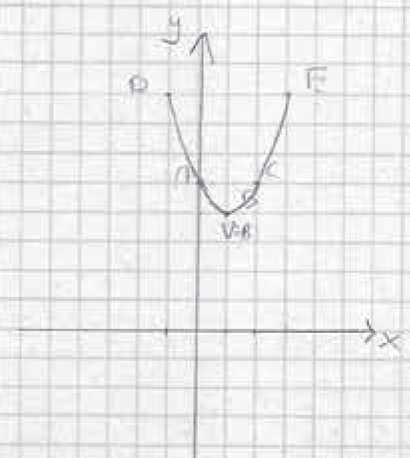
$\begin{cases} c=5 & \text{impongo il passaggio per A} \\ a+b+c=4 & \text{impongo il passaggio per B} \\ 4a+2b+c=5 & \text{impongo il passaggio per C} \end{cases}$

$\begin{cases} a+b=-1 \\ 4a+2b=0 \\ c=5 \end{cases}$ $\begin{cases} a=-b-1 \\ -4b-4+2b=0 \\ c=5 \end{cases}$ $\begin{cases} -2b=4 \\ a=-b-1 \\ c=5 \end{cases}$ $\begin{cases} b=-2 \\ a=1 \\ c=5 \end{cases}$

$y = x^2-2x+5$ equazione della parabola $\Delta = 4-20=-16$

$V \begin{cases} \cancel{x}\, -\frac{b}{2a} = 1 \\ y = -\frac{\Delta}{4a} = 4 \end{cases}$

x	y
-1	8 D
0	5 A
1	4 B
2	5 C
3	8 E



Es n=116 pag 649 Trovare le coordinate del fuoco, del vertice, l'equaz. dell'asse di simmetria, della direttrice, tracciare il grafico.

$y = x^2 - x - 12 \qquad \Delta = 1 + 48 = 49$

$V \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{49}{4} \end{cases} \qquad F \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{2} \\ y = \frac{1-\Delta}{4a} = -\frac{48}{4} = -12 \end{cases}$

equazione dell'asse di simmetria:

$x = \frac{1}{2}$

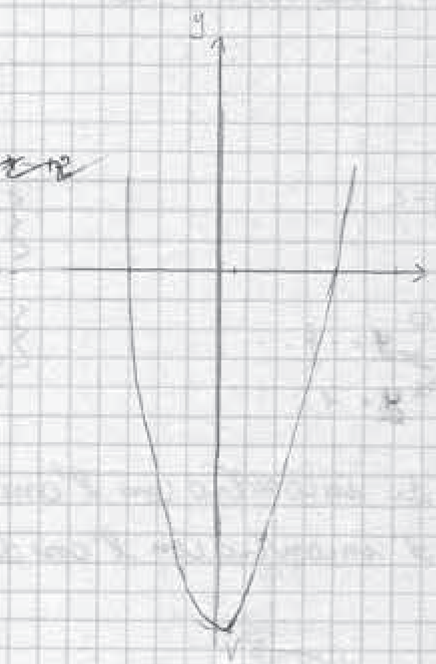
equazione della direttrice

$y = -\frac{50}{4}$

$y = -\frac{25}{2}$

$\begin{cases} y = x^2 - x - 12 \\ y = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - x - 12 = 0 \\ x = \frac{1 \pm 7}{2} = \begin{matrix} x_1 = -3 \\ x_2 = 4 \end{matrix} \end{cases}$



Es n=117 pag 649 Trovare come nell'es. 116.

$y = x^2 - 4x + 3 \qquad \Delta = 16 - 12 = 4$

$V \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = 2 \\ y = -\frac{\Delta}{4a} = -1 \end{cases} \qquad F \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = 2 \\ y = \frac{1-\Delta}{4a} = -\frac{3}{4} \end{cases}$

equazione dell'asse di simmetria:

$x = 2$

equazione della direttrice

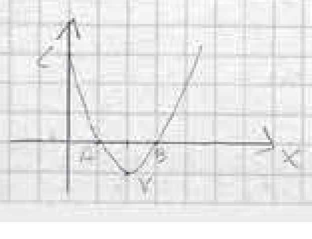
$y = -\frac{5}{4}$

$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ y = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} y = x^2 - 4x + 3 \\ x = 0 \end{cases}$

$x^2 - 4x + 3 = 0 \qquad \begin{cases} y = 3 \\ x = 0 \end{cases}$

$x = 2 \pm 1 = \begin{matrix} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{matrix}$

I punti d'incontro fra la parabola e l'asse x sono A(1,0) e B(3,0)
Il punto d'incontro fra la parabola e l'asse delle y è C(0,3)



Es n° 120 pag 649 vedi esercizi precedenti

$x = 3y^2 - y - 2 \quad \Delta = 1 + 24 = 25$

$V \begin{cases} x = -\frac{\Delta}{4a} = -\frac{25}{12} \\ y = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{6} \end{cases} \qquad F \begin{cases} x = \frac{1-\Delta}{4a} = -\frac{24}{12} = -2 \\ y = -\frac{b}{2a} = \frac{1}{6} \end{cases}$

equazione dell'asse di simmetria:

$y = \frac{1}{6}$

equazione della direttrice:

$x = -\frac{26}{12}$

$x = -\frac{13}{6}$

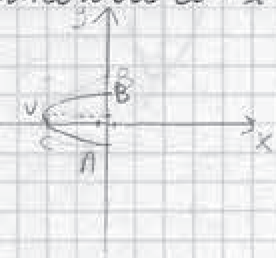
$\begin{cases} x = 3y^2 - y - 2 \\ x = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 3y^2 - y - 2 \\ y = 0 \end{cases}$

$3y^2 - y - 2 = 0 \qquad \begin{cases} x = -2 \\ y = 0 \end{cases}$

$y = \frac{1 \pm 5}{6} \nearrow y_1 = -\frac{2}{3} \quad \searrow y_2 = 1$

I punti di incontro con l'asse y sono $A(0, -\frac{2}{3})$ e $B(0, 1)$

Il punto d'incontro con l'asse delle x è $C(-2, 0)$

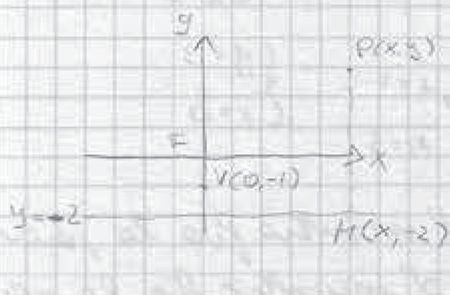


Es n° 98 pag 648 scrivere l'equazione della parabola sapendo le coordinate del fuoco e l'equazione della direttrice

$F(0, 0) \qquad d)\ y = -2$ equazione della direttrice

Preso un punto $P(x, y)$ della parabola, $\overline{PF}$ uguale alla distanza dalla direttrice

$\sqrt{x^2 + y^2} = |y + 2|$



$x^2 + \cancel{y^2} = \cancel{y^2} + 4y + 4$

$4y = x^2 - 4$

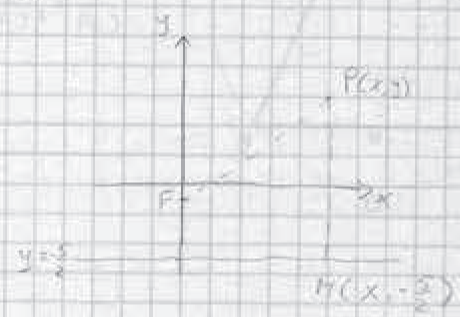
$y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ equazione della parabola

Es n° 99 pag 648 come es. 98

$F\left(0, -\frac{1}{2}\right)$, d) $y = -\frac{5}{2}$ equazione della direttrice

Pongo, preso un punto P(x,y) della parabola, uguali le sue distanze da F e dalla direttrice

$$\sqrt{x^2+\left(y+\frac{1}{2}\right)^2} = \left|y+\frac{5}{2}\right|$$



$$x^2+\cancel{y^2}+y+\frac{1}{4} = \cancel{y^2}+5y+\frac{25}{4}$$

$$x^2-4y-6=0$$

$$4y = x^2-6$$

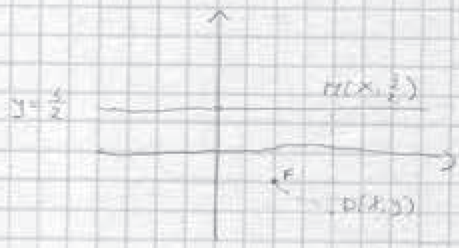
$$y = \frac{1}{4}x^2-\frac{3}{2}$$ equazione della parabola.

Es n° 100 pag 648 come es. 98

$F(-1, 2)$ d) $y = \frac{3}{2}$ equazione della direttrice

Pongo uguali le distanze dal fuoco e dalla direttrice di un punto P(x,y) appartenente alla parabola

$$\sqrt{(x+1)^2+(y-2)^2} = \left|y-\frac{3}{2}\right|$$



$$x^2+2x+1+\cancel{y^2}-4y+4 = \cancel{y^2}-3y+\frac{9}{4}$$

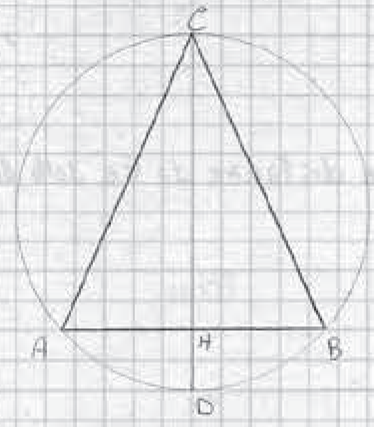
$$x^2+2x-y+5-\frac{9}{4}=0$$

$$4x^2+8x-4y+11=0$$

$$4y = 4x^2+8x+11$$

$$y = x^2+2x+\frac{11}{4}$$ equazione della parabola

Problema del compito del 25.2 1984



$\overline{AC} = \overline{BC}$

raggio = r

$\overline{CA}^2 + \overline{CB}^2 + \overline{AB}^2 - \overline{CH}^2 = mr^2$

n.8

Es n: 25 pag 682 Discutere graficamente la seguente equazione.

$$\begin{cases} 4x^2 - 8rx + 3mr^2 = 0 \\ 0 < x < \frac{3}{2}r \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = m \\ 4x^2 - 8rx + 3yr^2 = 0 \\ 0 < x < \frac{3}{2}r \end{cases}$$

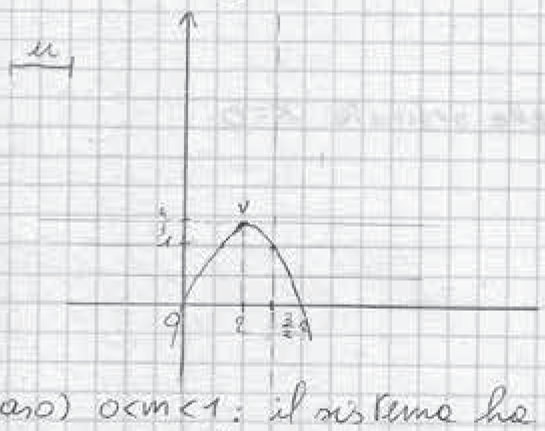
$$\begin{cases} y = -\frac{4}{3r^2}x^2 + \frac{8}{3r}x \\ 0 < x < \frac{3}{2}r \end{cases}$$ (il grafico di questa equazione è una parabola)

$$V \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = \dfrac{-\frac{8}{3r}}{-\frac{8}{3r^2}} = \frac{8}{3r} \cdot \frac{3r^2}{8} = r \\ y = -\frac{4}{3r^2} \cdot r^2 + \frac{8}{3r} \cdot r = \frac{4}{3} \end{cases}$$

trovo l'intersezione della parabola con la retta $x = \frac{3}{2}r$.

$$\begin{cases} y = -\frac{4}{3r^2}x^2 + \frac{8}{3r}x \\ x = \frac{3}{2}r \end{cases} \qquad \begin{cases} y = -\frac{\cancel{4}}{3\cancel{r^2}} \cdot \frac{9}{\cancel{4}}\cancel{r^2} + \frac{8}{\cancel{3r}} \cdot \frac{\cancel{3}\cancel{r}}{\cancel{2}} \\ x = \frac{3}{2}r \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \frac{3}{2}r \\ y = 1 \end{cases}$$



1° caso) $0 < m < 1$: il sistema ha una sola soluzione.

2° caso) $m = 1$: il sistema ha 1 soluzione. ~~[illegible]~~

3° caso) $1 < m < \frac{4}{3}$: il sistema ha 2 soluzioni

4° caso) $m = \frac{4}{3}$: il sistema ha 2 soluzioni coincidenti

Es n: 30 pag 682 Discutere graficamente il seguente sistema.

$$\begin{cases} 2x^2-2x+(m-3)2^2=0 \\ 0\leq x\leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=m \\ 2x^2-2x+(y-3)2^2=0 \\ 0\leq x\leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=m \\ 2x^2-2x+y2^2-3 2^2=0 \\ 0\leq x\leq 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=-\frac{2}{2^2}x^2+\frac{1}{2}x+3 \\ 0\leq x\leq 2 \end{cases}$$ (il grafico dell'equazione è una parabola)

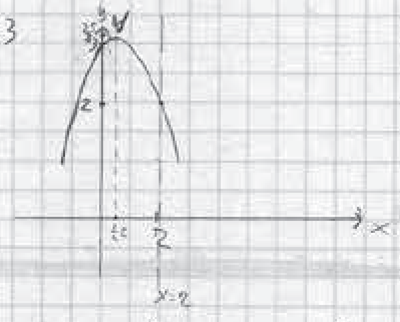
$$V\begin{cases} x=-\frac{b}{2a}=\dfrac{-\frac{1}{2}}{-\frac{4}{2^2}}=\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{2^{\cancel{2}}}{4}=\frac{1}{4}2 \\ y=-\frac{\cancel{2}}{\cancel{2^2}}\cdot\frac{1}{\cancel{16}_{8}}2^2+\frac{1}{\cancel{2}}\cdot\frac{1}{4}\cancel{2}+3=-\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+3=\frac{-1+2+24}{8}=\frac{25}{8} \end{cases}$$

trovo l'intersezione fra la parabola e la retta di equazione $x=2$.

$$\begin{cases} y=-2+1+3 \\ x=2 \end{cases}\quad\begin{cases} x=2 \\ y=2 \end{cases}$$

trovo l'intersezione fra la parabola e l'asse delle ordinate $x=0$.

$$\begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}$$



1° caso) $m=2$ il sistema ha una sola soluzione data dal limite superiore.

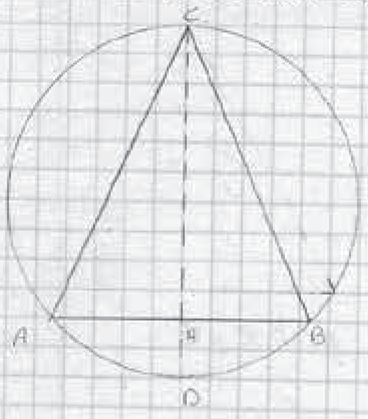
2° caso) $2<m<3$ il sistema ha una sola soluzione.

3° caso) $m=3$ il sistema ha 2 soluzioni

4° caso) $3<m<\frac{25}{8}$ il sistema ha 2 soluzioni.

5° caso) $m=\frac{25}{8}$ il sistema ha 2 soluzioni coincidenti.

Es n° 40 pag 683. Problema: inscrivere in una circonferenza di raggio r un triangolo isoscele tale che la somma del doppio della sua altezza con il triplo della base sia uguale a kr, con k numero positivo.



$2\overline{CH} + 3\overline{AB} = kr$

pongo $\overline{CH} = x$

$0 < x \leq 2r$

$\overline{CH} : \overline{HB} = \overline{HB} : \overline{HD}$

$x : \overline{HB} = \overline{HB} : (2r - x)$

$\overline{HB}^2 = x(2r-x)$

$\overline{HB} = \sqrt{x(2r-x)}$

$\overline{AB} = 2\sqrt{x(2r-x)}$

$$\begin{cases} 2x + 6\sqrt{x(2r-x)} = kr \\ 0 \leq x \leq 2r \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6\sqrt{x(2r-x)} = kr - 2x \\ 0 \leq x \leq 2r \\ kr - 2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{1}{2}kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} 6\sqrt{x(2r-x)} = kr - 2x \\ 0 \leq x \leq 2r \\ x \leq \frac{1}{2}kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} 36x(2r-x) = k^2r^2 - 4krx + 4x^2 \\ 0 \leq x \leq 2r \\ x \leq \frac{1}{2}kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} 72rx - 36x^2 - k^2r^2 + 4krx - 4x^2 = 0 \\ 0 \leq x \leq 2r \\ x \leq \frac{1}{2}kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} -40x^2 - 72rx - 4krx + k^2r^2 = 0 \\ 0 \leq x \leq 2r \\ x \leq \frac{1}{2}kr \end{cases}$$

$$\begin{cases} 40x^2 - 2(36r + 2kr)x + k^2r^2 = 0 \\ 0 \leq x \leq 2r \\ x \leq \frac{1}{2}kr \end{cases}$$

$\frac{\Delta}{4} = (36r+2kr)^2 - 40k^2r^2 = 1296r^2 + 144kr^2 + 4k^2r^2 - 40k^2r^2 = -36k^2r^2 + 144kr^2 + 1296r^2 =$

$= -k^2r^2 + 4kr^2 + 36r^2 \geq 0$ per $k^2r^2 - 4kr^2 - 36r^2 \leq 0$

$k = 2r^2 \pm \sqrt{4r^4 + 36r^4} = 2r^2 \pm r^2\sqrt{40} = 2r^2 \pm 2r^2\sqrt{10}$.

$\Delta = 0$ per $k = 2r^2 - 2r^2\sqrt{10}$ et $k = 2r^2 + 2r^2\sqrt{10}$

$\Delta > 0$ per $2r^2 - 2r^2\sqrt{10} < k < 2r^2 + 2r^2\sqrt{10}$

$A = 40 > 0 \ \forall k$

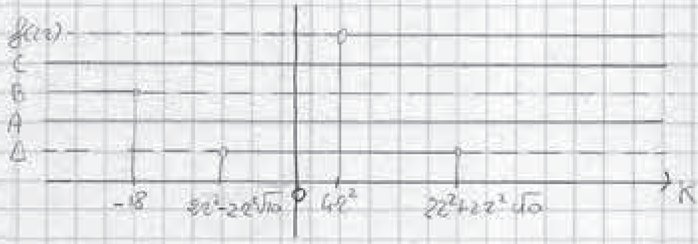
$B = -2(36r + 2kr) \geq 0$ per $36r + 2kr \leq 0 \Rightarrow 36r \leq -2kr$ per $k \leq -18$

$C = k^2r^2 \geq 0 \ \forall k$

$f(2r) = 160r^2 - 144r^2 - 8kr^2 + k^2r^2 = k^2r^2 - 8kr^2 + 16r^2 \geq 0$

$k = 4r^2 \pm \sqrt{16r^4 - 16r^4} = 4r^2$

$f(2r) \geq 0$ per $k \geq 4r^2$



1° caso) $0 < k < 4r^2$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists x_1 \neq x_2 \in R$

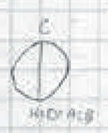
$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$

$\left.\begin{array}{l} f(2r) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$2r$" è interno all'intervallo delle radici

Il problema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola

2° caso) $k = 4r^2$ $f(2r) = 0 \Rightarrow x = 2r$ et $x = -\frac{B}{2A} - 2r = \frac{36r + 2kr}{40} = \frac{36r + 8r^3}{40}$.

la figura si risolve con



3° caso) $4r^2 < k < 2r^2 + 2r^2\sqrt{10}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$ $\left.\begin{array}{l} f(2r) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "$2r$" è esterno all'intervallo delle radici Il problema ha 2 soluzioni

4° caso) $k = 2r^2 + 2r^2\sqrt{10}$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} =$

<u>Esercizio</u>: Risolvere il seguente sistema col metodo analitico:

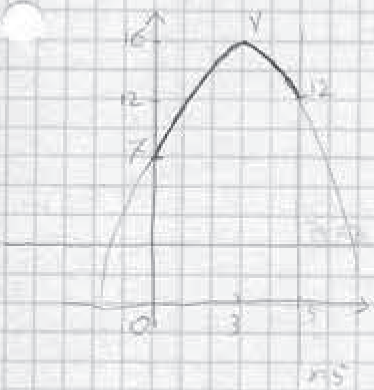
$$\begin{cases} x^2 - 6x + K - 7 = 0 \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

pongo $y = K$

$$x^2 - 6x + y - 7 = 0$$

$$\begin{cases} y = -x^2 + 6x + 7 \\ y = K \\ 0 \leq x \leq 5 \end{cases}$$

$$V \begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = 3 \\ y = 16 \end{cases}$$



Trovo l'intersezione fra la parabola e l'asse y.

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = 7 \end{cases}$$

Trovo l'intersezione fra la parabola e la retta di equazione $x = 5$

$$\begin{cases} x = 5 \\ y = 12 \end{cases}$$

1° caso) $0 < K < 7$ il sistema non ha soluzioni.
2° caso) $K = 7$ il sistema ha una sola soluzione data dalla soluzione limite inferiore
3° caso) $7 < K < 12$ il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola
4° caso) $K = 12$ il sistema ha 2 soluzioni di cui una è data dalla soluzione lim. sup.
5° caso) $16 < K < 12$ il sistema ha 2 soluzioni ordinarie.
6° caso) $K = 16$ il sistema ha 2 soluzioni coincidenti.
7° caso) $K > 16$ il sistema non ha soluzioni.

Esercizio: Risolvere per via analitica il seguente sistema.

$$\begin{cases} 2x^2-7x+3-K=0 \\ 0\leq x\leq 6 \end{cases}$$

pongo $y=K$

$$\begin{cases} 2x^2-7x+3-y=0 \\ y=K \\ 0\leq x\leq 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2x^2-7x+3 \\ y=K \\ 0\leq x\leq 6 \end{cases}$$

$y=2x^2-7x+3$ il grafico di questa equazione è una parabola.

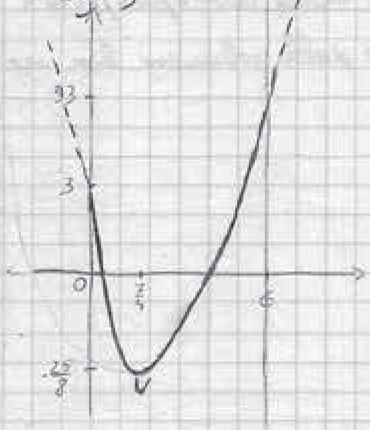
$$V\begin{cases} x=-\frac{b}{2a}=\frac{7}{4} \\ y=2\cdot\frac{49}{16}-7\cdot\frac{7}{4}+3=\frac{49}{8}-\frac{49}{4}+3=\frac{49-98+24}{8}=\frac{-25}{8} \end{cases}$$

trovo l'intersezione fra la parabola e la retta di equazione $x=6$

$$\begin{cases} x=6 \\ y=72-42+3 \end{cases} \begin{cases} x=6 \\ y=33 \end{cases}$$

trovo l'intersezione fra la parabola e l'asse delle y:

$$\begin{cases} x=0 \\ y=3 \end{cases}$$



1° caso) $K<-\frac{25}{8}$. il sistema non ha soluzioni. $x_1=x_2=\frac{7}{4}$

2° caso) $K=-\frac{25}{8}$ il sistema ha 2 soluzioni coincidenti.

3° caso) $-\frac{25}{8}<K<3$ il sistema ha 2 soluzioni.

4° caso) $K=3$ il sistema ha 2 soluzioni di cui una è la sol. lim. inf. (ro | $x=\frac{7}{2}$

5° caso) $3<K<33$ il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più grande

6: $(0,0)$ $K=33$ il sistema ha una sola soluzione data dalla sol. lin. sys.

7: $(0,0)$ $K>33$ il sistema non ha soluzioni

<u>Esercizio n: 143 pag 651</u> Calcolare la misura della corda intercettata dalla parabola $y=2x^2-3x+1$ sulla retta $5x-y-5=0$

Trovo le ascisse dei punti di intersezione fra la parabola e la retta:

$$\begin{cases} y=2x^2-3x+1 \\ y=5x-5 \end{cases}$$

$$5x-5=2x^2-3x+1$$

$$2x^2-8x+6=0$$

$$x=\frac{4\pm\sqrt{16-12}}{2}=\frac{4\pm2}{2} \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=3 \end{cases}$$

$$A\begin{cases} x=1 \\ y=2\cdot1-3\cdot1+1=0 \end{cases}$$ $A(1,0)$ primo punto d'intersezione fra la parabola e la retta

$$B\begin{cases} x=3 \\ y=2\cdot9-3\cdot3+1=10 \end{cases}$$ $B(3,10)$ secondo punto d'intersezione fra la parabola e la retta.

Trovo ora la misura del segmento $\overline{AB}$:

$$\overline{AB}=\sqrt{(3-1)^2+(10-0)^2}=\sqrt{4+100}=\sqrt{104}=2\sqrt{26}.$$

<u>Esercizio n: 148 pag 652</u> Trovare l'equazione del circolo che passa per il vertice e per il fuoco della parabola: $y^2=8x$, e con il suo centro sulla retta $x-y+2=0$.

La parabola ha l'asse di simmetria parallelo all'asse delle x.

$x=\frac{1}{8}y^2$ $\Delta=0$

$$V\begin{cases} x=\frac{-\Delta}{4a}=0 \\ y=-\frac{b}{2a}=0 \end{cases}$$ $V(0,0)$

$$F\begin{cases} x=\frac{1-\Delta}{4a}=2 \\ y=-\frac{b}{2a}=0 \end{cases}$$ $F(2,0)$

Trovo l'equazione della retta passante per il punto medio della corda i cui estremi sono il vertice e il fuoco della parabola (questo perché il punto medio di una corda è sempre perpendicolare ad una retta che passa per il centro della circonferenza a cui appartiene):

il tipo dell'equazione sarà:

$x=m$.

$x=1$ equazione della retta.

per trovare le coordinate del centro faccio il sistema fra l'equazione di cui esso è un punto con l'equazione $x=1$.

$$\begin{cases} x=1 \\ y=x+2 \end{cases} \quad \left.\begin{cases} x=1 \\ y=3 \end{cases}\right\} \text{coordinate del centro} \quad C(1,3)$$

l'equazione della circonferenza è:

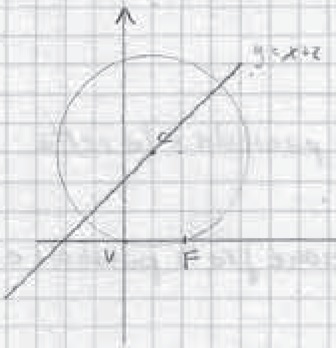
$$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2.$$

$$r=\sqrt{1^2+3^2}=\sqrt{10}$$

$$(x-1)^2+(y-3)^2=10$$

$$x^2-2x+1+y^2-6y+9-10=0$$

$x^2+y^2-2x-6y=0$ equazione della circonferenza



Es n: 164 pag 655 Data la parabola $y=x^2-4x+3$, condurre per il punto $C(2,-5)$ le tangenti ad essa, determinandone le equazioni e le coordinate dei punti di contatto A e B.
Calcolare, infine, il perimetro del triangolo ABC.

$y=x^2-4x+3 \quad \Delta=16-12=4$

$$V\begin{cases} x=-\frac{b}{2a}=2 \\ y=-\frac{\Delta}{4a}=-1 \end{cases}$$

$$F\begin{cases} x=2 \\ y=\frac{1-\Delta}{4a}=-\frac{3}{4} \end{cases}$$

L'equazione delle tangenti sarà del tipo $y=mx+n$ perché esse non sono parallele all'asse y.

$y=mx+n \qquad C(2,-5)$

$-5=2m+n$ condizione perché le tangenti passino per C.

$n=-2m-5$

$$\begin{cases} y = mx - 2m - 5 \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases}$$ *equazione del fascio di rette di centro C escluso quello parallelo all'asse y.*

$x^2 - 4x + 3 - mx + 2m + 5 = 0$

$x^2 - (4+m)x + 2m + 8 = 0$

equazione che con le sue soluzioni dà le ascisse dei punti di intersezione tra la retta generica e la parabola.

$\Delta = 16 + 8m + m^2 - 8m - 32 = m^2 - 16 = 0 \Rightarrow m = \pm 4$ *(ascisse dei punti di intersezione)*

$y = 4x - 13$ *equazione della tangente.*

$y = -4x + 3$ *equazione della tangente.*

Trovo le coordinate del punto di intersezione fra la parabola e la prima tangente (A):

$$\begin{cases} y = 4x - 13 \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases}$$

$x^2 - 4x + 3 - 4x + 13 = 0$

$x^2 - 8x + 16 = 0$

$x = 4 \pm \sqrt{16-16} = 4$ (in ~~fatti~~ realtà A è dato da 2 punti coincidenti).

$A \begin{cases} x = 4 \\ y = 3 \end{cases} \quad A(4,3)$

Trovo le coordinate del punto di intersezione fra la parabola e la seconda tangente (B):

$$\begin{cases} y = -4x + 3 \\ y = x^2 - 4x + 3 \end{cases}$$

$x^2 \cancel{-4x} \cancel{+3} \cancel{+4x} \cancel{-3} = 0$

$x = 0$

$B \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases} \quad B(0,3).$

Trovo il perimetro del triangolo ABC trovando le misure dei suoi lati e sommandole:

$\overline{AB} = \sqrt{4^2} = 4$

$\overline{BC} = \sqrt{2^2 + 64} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$

$\overline{AC} = \sqrt{2^2 + 64} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$

perimetro:

$4 + 4\sqrt{17} = 2(2 + 2\sqrt{17})$

Una equazione si chiama esponenziale quando l'incognita compare all'esponente di qualche potenza.

$2^x = 8$

$x = 3$

$2^{x^2+5} = 4^{3x}$

$2^{x^2+5} = (2^2)^{3x}$

$2^{x^2+5} = 2^{6x}$

$x^2 + 5 = 6x$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x = 1$

$x = 5$

$\left(\frac{1}{25}\right)^{x+5} = 125^{3-x}$

$(5^{-2})^{x+5} = (5^3)^{3-x}$

Es n = 2348 sul libro di 2=:

$2^{x-1} = \frac{1}{8}$

$2^{x-1} = 2^{-3}$

$x - 1 = -3$

$x = -2$

Es n: 2360 pag 323 sul libro di 2=.

$8^{x+1} = 2$

$\lg_b 8^{x+1} = \lg_b 2$

$(x+1) \lg_b 8 = \lg_b 2$

$x \lg_b 8 + \lg_b 8 = \lg_b 2$

$x \lg_b 8 = \lg_b 2 - \lg_b 8$

$x = \frac{\lg_b 2 - \lg_b 8}{\lg_b 8} = 4$

$8^{x+1} = 2$

$(2)^{3x+3} = 2$

$3x + 3 = 2$

$3x + 1$

$x = \frac{1}{3}$

NO

Es n: 2352 pag 323 sul libro di 2:

$\frac{1}{5^x} = 25$

$5^{-x} = 5^2$

$x = -2$.

x Es n: 2341 pag 323 sul Ferrauto

$2^x = 64$

$2^x = 2^6$

$x = 6$

Es n: 2342 pag 323 sul Ferrauto:

$3^{-x} = 9$

$3^{-x} = 3^2$

$x = -2$

Es n: 2343 pag 323 sul Ferrauto

$3 \cdot 2^x = \frac{3}{4}$

$3 \cdot 2^x = 3 \cdot \frac{1}{4}$

$3 \cdot 2^x = 3 \cdot 2^{-2}$

$x = -2$

Es n: 2344 pag 323 sul Ferrauto

$5 \cdot 7^{-x} = 5$

$5 \cdot 7^{-x} = 5 \cdot 7^0$

$x = 0$

x Es n: 2345 pag 323 sul Ferrauto

$2^{2x} = 8$

$2^{2x} = 2^3$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

Es n: 2346 pag 323 sul Ferrauto

$5^x = \frac{1}{125}$

$5^x = 5^{-3}$

$x = -3$

Es n: 2347 pag 323 sul Ferrauto

$3^{x-9} = 9$

$3^{x-9} = 3^2$

$x = 11$

x Es n: 2349 pag 323 sul Ferrauto

$\frac{1}{2^x} = \frac{1}{8}$

$2^{-x} = 2^{-3}$

$x = 3$

Es n: 2350 pag 323 sul Ferrauto

$\frac{1}{2^x} = 8$

$2^{-x} = 2^3$

$x = 3$

Es n: 2351 pag 323 sul Ferrauto

$\frac{1}{3^x} = 3$

$3^{-x} = 3$

$x = -1$

Es n: 2353 pag 324 sul Ferrauto

$(0,1)^x = \frac{1}{100}$

$\frac{1}{10^x} = \frac{1}{100}$

$10^{-x} = 10^{-2}$

$x = 2$

Es n: 2354 pag 324 sul Ferrauto

$(0,2)^x = 625$

$\left(\frac{2}{10}\right)^x = 5^4$

$\frac{1}{5^x} = 5^4$

$5^{-x} = 5^4$

$x = -4$

Es n: 2355 pag 324 sul Ferrauto

$(0,4)^x = \frac{8}{125}$

$\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2^3}{5^3}$

$x = 3$

Es n: 2356 pag 323 sul Ferrauto

$(0,5)^x = 16$

$\frac{1}{2^x} = 2^4$

$2^{-x} = 2^4$

$x = -4$

Es n: 2357 pag 323 sul Ferrauto

$9^x = 27$

$(3^2)^x = 3^3$

$3^{2x} = 3^3$

$2x = 3$

$x = \frac{3}{2}$

Es n: 2358 pag 323 sul Ferrauto

$8^x = 32$

$2^{3x} = 2^5$

$x = \frac{5}{3}$

Es n: 2364 pag 323 sul Ferrauto

$2^{x+1} + 2^x = 48$

$2^{x+1} + 2^x = 2^4 \cdot 3$

$2^{x+1} \cdot 3^0 + 2^x 3^0 = 2^4 \cdot 3$

Es n: 2371 pag 323 sul Ferrauto

$2^x \cdot 5^x = 0,1$

$10^x = 10^{-1}$

$x = -1$

Es n: 2376 pag 324 sul Ferrauto

$2^{2x+1} \cdot 2^{3x+2} = 8$

$2^{5x+3} = 2^3$

$5x + 3 = 3$

$x = 0$

x Es n: 2361 pag 323 sul Ferrauto

$\frac{1}{4^x} = 128$

$2^{-2x} = 2^7$

$-2x = 7$

$x = -\frac{7}{2}$

x Es n: 2362 pag 323 sul Ferrauto

$\frac{1}{9^x} = 243$

$3^{-2x} = 3^5$

$-2x = 5$

$x = -\frac{5}{2}$

x Es n: 2412 pag 325 sul Ferrauto

$3^{2x} - 3^x - 6 = 0$

$(3^x)^2 - 3^x - 6 = 0$

pongo $3^x = y$

$y^2 - y - 6 = 0$

$y = \frac{-1 \pm \sqrt{1+25}}{2} = \frac{1 \pm 5}{2} < \begin{matrix} y_1 = -2 \\ y_2 = 3 \end{matrix}$

$3^x = -2$ $\qquad$ $3^x = 3$

$x \lg 3 = \lg -2$ impossibile $\qquad$ $x = 1$

x Es n: 2413 sul Ferrauto

$5^{2x} - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$

$(5^x)^2 - 30 \cdot 5^x + 125 = 0$

pongo $5^x = y$

$y^2 - 30y + 125 = 0$

$y = 15 \pm 10 < \begin{matrix} y_1 = 5 \\ y_2 = 25 \end{matrix}$

$5^x = 5$ $\qquad$ $5^x = 25$

$x = 1$ $\qquad$ $x = 2$

x Es n: 2414 sul Ferrauto

$7 \cdot 7^{2x} - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$

$7 \cdot (7^x)^2 - 50 \cdot 7^x + 7 = 0$

pongo $7^x = y$

$7y^2 - 50y + 7 = 0$

$y = \frac{25 \pm \sqrt{576}}{7} = \frac{25 \pm 24}{7} < \begin{matrix} y_1 = \frac{1}{7} \\ y_2 = 7 \end{matrix}$

$7^x = \frac{1}{7}$ $\qquad$ $7^x = 7$

$x = -1$ $\qquad$ $x = 1$

Esercizio dimostrativo

$3^{2x} - 6 \cdot 3^x + 8 = 0$

$(3^x)^2 - 6 \cdot 3^x + 8 = 0$

pongo

$3^x = y$

$y^2 - 6y + 8 = 0$

$\frac{1}{4}\Delta = 3 \pm 8 = 1$

$y = 3 \pm 1 \nearrow y_1 = 2 \searrow y_2 = 4$

$3^x = 2$

$\lg 3^x = \lg 2$

$x \lg 3 = \lg 2$

$x = \frac{\lg 2}{\lg 3}$

$3^x = 4$

$x = \frac{\lg 4}{\lg 3}$

Es n: 241 pag 325 sul Fenomeno

$4 \cdot 2^{2x} - 65 \cdot 2^x + 16 = 0$

$4 \cdot (2^x)^2 - 65 \cdot 2^x + 16 = 0$

pongo $2^x = y$

$4y^2 - 65y + 16 = 0$

$y = \frac{65 \pm \sqrt{4425 - 256}}{8} = \frac{65 \pm 63}{8} < \begin{matrix} y_1 = \frac{1}{4} \\ y_2 = 16 \end{matrix}$

$2^x = \frac{1}{4}$

$2^x = 2^{-2}$

$x = -2$

$2^x = 16$

$x = 4$

Es n: 247 pag 325 sul Fenomeno

$2^x + \frac{2}{2^x} = 3$

$2^x + \frac{2}{2^x} - 3 = 0$

pongo $2^x = y$

$y + \frac{2}{y} - 3 = 0$

$y^2 - 3y + 2 = 0$

$y = \frac{3 \pm 1}{2} < \begin{matrix} y_1 = 1 \\ y_2 = 2 \end{matrix}$

$2^x = 2$

$x = 1$

$2^x = 1$

$x = 0$

Es n: 144 pag 051 Trovare l'area del triangolo i cui vertici sono: il vertice della parabola $y = x^2 - 4x + 4$ e i 2 punti di intersezione con la retta $3x + 2y - 8 = 0$

trovo ~~le~~ coordinate del vertice:

$$V\begin{cases} x = -\frac{b}{2a} = 2 \\ y = 0 \end{cases}$$

trovo le ascisse dei punti di intersezione fra la parabola e la retta date:

$$\begin{cases} y = x^2 - 4x + 4 & \text{equazione della parabola} \\ y = -\frac{3}{2}x + 4 & \text{equazione della retta} \end{cases}$$

$$-\frac{3}{2}x + 4 = x^2 - 4x + 4$$

$$-3x + 8 = 2x^2 - 8x + 8$$

$$2x^2 - 5x = 0$$

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= 0 \\ x_2 &= \frac{5}{2} \end{aligned}\right\} \text{ascisse dei punti di intersezione.}$$

$$\left.\begin{cases} x = 0 \\ y = 4 \end{cases}\right\} \text{coordinate del primo punto A.}$$

$$\left.\begin{cases} x = \frac{5}{2} \\ y = \frac{1}{4} \end{cases}\right\} \text{coordinate del secondo punto B.}$$

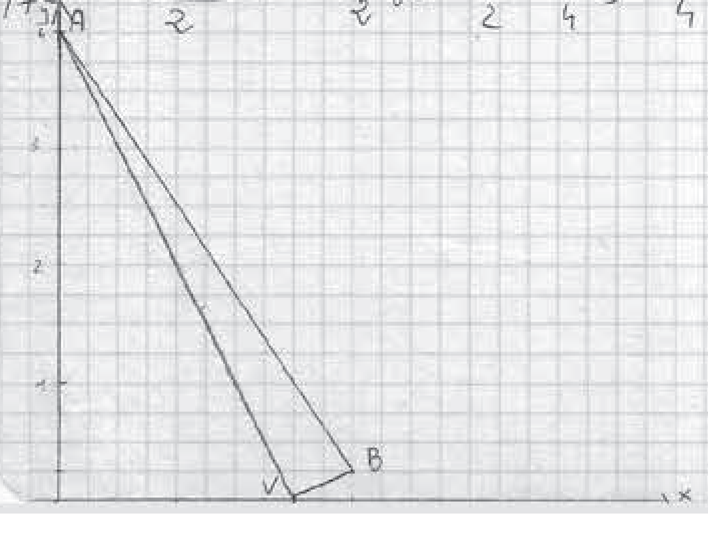
il triangolo AVB è rettangolo in $\hat{V}$, pertanto $\overline{AB}$ è l'ipotenusa, ma per trovare l'area ci serve $\overline{AV}$ e $\overline{VB}$:

$$\overline{AV} = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$\overline{VB} = \sqrt{\left(\frac{5}{2} - 2\right)^2 + \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{1}{4}\sqrt{5}$$

$$\text{Area} = \frac{\overline{AV} \cdot \overline{VB}}{2}$$

$$A = \frac{2\sqrt{5} \cdot \frac{1}{4}\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{5^2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \cdot 5 = \frac{5}{4} \text{ area}$$



Esercizio 146 pag 651   Data la parabola: $y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+1$ e la retta: $y=2x-1$, si indichino con P e Q i due punti di intersezione di tali curve. Determinare "a" e "b" in modo che l'iperbole $\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1$ passi per P e Q

trovo le ascisse di P e Q:

$$\begin{cases} y=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+1 & \text{equazione parabola} \\ y=2x-1 & \text{equazione retta} \end{cases}$$

$$2x-1=\frac{1}{4}x^2+\frac{1}{2}x+1$$

ERRORE

$$8x-4=x^2+x+1$$

$$x^2-7x+5=0$$

$$x=\frac{7\pm\sqrt{49-20}}{2}=\frac{7\pm\sqrt{29}}{2} \quad x_1=\frac{7-\sqrt{29}}{2} \quad x_2=\frac{7+\sqrt{29}}{2}$$

$$\begin{cases} x=\frac{7-\sqrt{29}}{2} \\ y=\frac{6-\sqrt{29}}{2} \end{cases} \text{coordinate di } P$$

$$\begin{cases} x=\frac{7+\sqrt{29}}{2} \\ y=\frac{6+\sqrt{29}}{2} \end{cases} \text{coordinate di } Q$$

$$\begin{cases} \dfrac{\left(\frac{7-\sqrt{29}}{2}\right)^2}{a^2}-\dfrac{\left(\frac{6-\sqrt{29}}{2}\right)^2}{b^2}=1 \\ \dfrac{\left(\frac{7+\sqrt{29}}{2}\right)^2}{a^2}-\dfrac{\left(\frac{6+\sqrt{29}}{2}\right)^2}{b^2}=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \dfrac{\frac{78-14\sqrt{29}}{4}}{a^2}-\dfrac{\frac{65-12\sqrt{29}}{4}}{b^2}=1 \\ \dfrac{\frac{78+14\sqrt{29}}{4}}{a^2}-\dfrac{\frac{65+12\sqrt{29}}{4}}{b^2}=1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 78b^2-14b^2\sqrt{29}-65a^2+12a^2\sqrt{29}=4a^2b^2 & \mid 1 \\ 78b^2+14b^2\sqrt{29}-65a^2-12a^2\sqrt{29}=4a^2b^2 & \mid -1 \end{cases}$$

$$-28b^2\sqrt{29}+24a^2\sqrt{29}=0$$

$$24a^2\sqrt{29}=28b^2\sqrt{29}$$

$$a^2=\frac{7}{6}b^2$$

correzione:

$$8x-4=x^2+2x+4$$

$$x^2-6x+8=0$$

$$x=3\pm\sqrt{9-8}=3\pm1 \quad x_1=2 \quad x_2=4$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=3 \end{cases} \text{coordinate di } P$$

$$\begin{cases} x=4 \\ y=7 \end{cases} \text{coordinate di } Q$$

$$\begin{cases} \frac{4}{a^2}-\frac{9}{b^2}=1 & \text{imposizione passaggio per P} \\ \frac{16}{a^2}-\frac{49}{b^2}=1 & \text{imposizione passaggio per Q} \end{cases} \quad \begin{cases} 4b^2-9a^2=a^2b^2 & \mid 1 \\ 16b^2-49a^2=a^2b^2 & \mid -1 \end{cases}$$

$$40a^2-12b^2=0$$

$$40a^2=12b^2$$

$$a^2=\frac{12}{40}b^2=\frac{3}{10}b^2$$

$$4b^2-\frac{27}{10}b^2=\frac{3}{10}b^4$$

$$40b^2-27b^2=3b^4$$

$$b^2=\frac{13}{3}$$

$$a^2=\frac{3}{10}\cdot\frac{13}{3}=\frac{13}{10}$$

$$\frac{x^2}{\frac{13}{10}}-\frac{y^2}{\frac{13}{3}}=1$$

$10x^2-3y^2=13$ equazione iperbole.

$78b^2 - 14b^2\sqrt{23} - \frac{455}{6}b^2 + 14b^2\sqrt{23} = \frac{28}{6}b^4$

$468b^2 - 455b^2 - 28b^4 = 0$

$13b^2 = 28b^4$

$b^2 = \frac{13}{28}$

$e^2 = \frac{7}{6} \cdot \frac{13}{28} = \frac{91}{168} = \frac{13}{24}$

$\frac{x^2}{\frac{13}{24}} - \frac{y^2}{\frac{13}{28}} = 1$

$24x^2 - 28y^2 = 13$ equazione dell'iperbole.

Es n° 165 pag 655 Calcolare i coefficienti "a", "b", "c" dell'equazione della parabola $y = ax^2 + bx + c$, sapendo che passa per i punti $A(-1;1)$, $B(2;1)$ ed è tangente alla retta $x - y + 3 = 0$

$a - b + c = 1$ impongo il passaggio per A

$4a + 2b + c = 1$ impongo il passaggio per B

$x + 3 = ax^2 + bx + c$

$ax^2 + (b-1) + c - 3 = 0$

$\Delta = 0$ condizione di tangenza $(b-1)^2 - 4ac + 12a = b^2 - 2b + 1 - 4ac + 12a = 0$ condizione di tangenza

$$\begin{cases} b^2 - 2b + 1 - 4ac + 12a = 0 \\ a - b + c = 1 \\ 4a + 2b + c = 1 \end{cases} \quad \begin{vmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

$3a + 3b = 0$

$a = -b$

$$\begin{cases} -2b + c = 1 \\ b^2 - 2b + 1 + 4bc - 12b = 0 \end{cases}$$

$-2b$

$c = 2b + 1$

$b^2 - 2b + 1 + 8b^2 + 4b - 12b = 0$

$9b^2 - 10b + 1 = 0$

$b = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 9}}{9} = \frac{5 \pm 4}{9} \swarrow^{b_1 = \frac{1}{9}}_{b_2 = 1}$

$$\left.\begin{array}{l} a = -\frac{1}{3} \\ b = \frac{1}{3} \\ c = \frac{1}{3} \end{array}\right\} \Rightarrow y = -\frac{1}{3}x^2 + \frac{1}{3}x + \frac{1}{3}.$$

$$\left.\begin{array}{l} a = -1 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow y = -x^2 + x + 3.$$

Esercizio:

$\log_8 2 = \frac{1}{3}$ perché $8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2.$

ma si può fare $8^x = 2$, da cui:

$$2^{3x} = 2$$

$$3x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{3}$$

Esercizio: Trovare l'equazione della parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse delle y sapendo che $A(1,2)$, $B(2,0)$, $C(3,1)$ appartengono ad essa.

$y = ax^2 + bx + c$ $\quad A(1,2) \quad B(2,0) \quad C(3,1)$

$$\begin{cases} a + b + c = 2 \\ 4a + 2b + c = 0 \\ 9a + 3b + c = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{|cc} -1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} 3a + b = -2 \\ 5a + b = 1 \end{cases} \quad \begin{array}{|c} -1 \\ +1 \end{array}$$

$$2a = 3$$

$$a = \frac{3}{2}$$

$$\begin{cases} \frac{9}{2} + b = -2 \Rightarrow b = \frac{-9-4}{2} = -\frac{13}{2} \\ \frac{15}{2} + b = 1 \text{ inutile} \end{cases}$$

$$\frac{3}{2} - \frac{13}{2} + c = 2$$

$$c = -3$$

$$\begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = -\frac{13}{2} \\ c = -3 \end{cases}$$

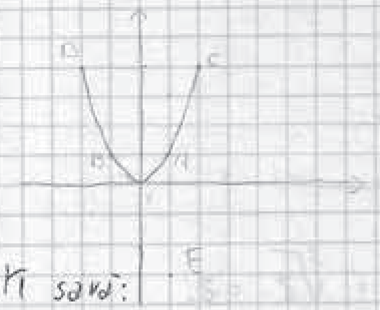
$y = \frac{3}{2}x^2 - \frac{13}{2}x - 3$ equazione parabola.

Esercizio: Data la parabola $y=x^2$ prendere il punto $E(1,-3)$ e condurre da esso le rette tangenti.

$y=x^2$

tabellazione:

x	y
1	1 A
-1	1 B
2	4 C
-2	4 D



Il tipo delle equazioni delle tangenti sarà:

$y=mx+n$.

$y-y_1 = m(x-x_1)$

$y+3 = m(x-1)$

$$\begin{cases} y = mx-m-3 \\ y = x^2 \end{cases}$$

$x^2-mx+m+3=0$

$\Delta=0$ condizione di tangenza.

$\Delta = m^2-4m-12=0$

$$m=\frac{2\pm\sqrt{32}}{1} = 2\pm4\sqrt{2} \begin{cases} m_1 = 2-4\sqrt{2} \\ m_2 = 2+4\sqrt{2} \end{cases}$$

Sol.: $y=(2-4\sqrt{2})x-5+4\sqrt{2}$ equazione tangente

$y=(2+4\sqrt{2})x-5-4\sqrt{2}$ equazione tangente

Es n: 124 pag 650 trovare l'equazione e fare il grafico della parabola del tipo $y = ax^2+bx+c$ sapendo che passa per i punti $A(0,1)$ $B(1,2)$ $C(-1,4)$

$$\begin{cases} c=1 \\ a+b+c=2 \\ -a-b+c=4 \end{cases}$$ impongo il passaggio per A / impongo il passaggio per B / impongo il passaggio per C

$$\begin{cases} c=1 \\ a+b=1 \\ +a-b=3 \end{cases} \quad \begin{cases} a=1-b \\ \cancel{1}-b-b=3 \\ c=1 \end{cases} \quad \begin{cases} -2b=2 \\ a=1-b \\ c=1 \end{cases} \quad \begin{cases} b=-1 \\ a=+2 \\ c=1 \end{cases}$$

$y = 2x^2 - x + 1$ equazione della parabola. //

Es n: 125 pag 650 Vedi es n: 124.

$A(1,1)$ $B(-1,3)$ $C(2,3)$

$y = ax^2+bx+c$

$$\begin{cases} a+b+c=1 \\ a-b+c=3 \\ 4a+2b+c=3 \end{cases} \left| \begin{matrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{matrix} \right.$$

$$\begin{cases} 2a+2c=4 \\ 6a+3c=9 \end{cases} \left| \begin{matrix} +3 \\ -1 \end{matrix} \right.$$

$3c=3$

$c=1$

$2a=2$

$a=1$

$b=-1.$

$$\begin{cases} a=1 \\ b=-1 \\ c=1 \end{cases}$$

$y = x^2 - x + 1$ equazione della parabola

Es n: 162 pag 655 Scrivere l'equazione della tangente alla parabola $y = x^2 - 3x + 2$ nel suo punto di ascissa 3. (P(3,2))

tabellazione

x	y	
-1	6	A
0	2	B
1	0	C
2	0	D
$\boxed{3}$	2	E
4	6	

P(3, 2)

$$y - 2 = m(x-3) \Rightarrow \begin{cases} y = mx - 3m + 2 \\ y = x^2 - 3x + 2 \end{cases}$$

$x^2 - 3x + 2 = mx - 3m + 2$ equazione che con le sue soluzioni da le ascisse dei punti d'incontro fra la retta generica e la parabola.

$x^2 - 3x - mx + 3m = 0$

$x^2 - (3+m)x + 3m = 0$

$\Delta = 0$ condizione di tangenza.

$(3+m)^2 + 12m = 9 + 6m + m^2 - 12m = m^2 - 6m + 9 = 0$

$m = +3 \pm \sqrt{9-9} = 3$ (da questo se ne deduce che i valori di tangenza sono coincidenti)

$y = 3x - 7$. equazione delle tangenti coincidenti.

Es n: 166 pag 655 Determinare i coefficienti a, b, c nell'equazione della parabola $y = ax^2 + bx + c$, sapendo che essa passa per i punti $A(-1, 2)$ $B(1, 0)$ e che ha come tangente in B la perpendicolare alla retta $y = -\frac{1}{3}x + 2$

impongo ora il passaggio per A e B:

$$\begin{cases} a - b + c = 2 & -1 \quad \text{impongo il passaggio per A} \\ a + b + c = 0 & 1 \quad \text{impongo il passaggio per B} \end{cases}$$

$2b = -2$

$b = -1$

$a + c = 1 \Rightarrow a = 1 - c$

a questo punto devo trovare la retta (o meglio la sua equazione) che passa per B ed è perpendicolare alla retta $y = -\frac{1}{3}x + 2$:

$$\begin{cases} y = m(x-1) & \text{impongo il passaggio per B usando la formula } y - y_1 = m(x - x_1) \text{ in cui x e y sono le coordinate del punto per cui si impone il passaggio.} \\ -\frac{1}{3}m = -1 & \text{condizione di ~~parallelismo~~, perpendicolarità.} \end{cases}$$

$$\begin{cases} m = 3 \\ y = 3x - 3 \quad \text{equazione della retta} \end{cases}$$

ora faccio il sistema fra l'equazione trovata e quella della parabola imponendo al Δ di essere zero:

$$\begin{cases} y=3x-3 \\ y=ax^2+bx+c \end{cases}$$

$3x-3=ax^2+bx+c$

$ax^2-(3-b)x+c+3=0$

$\Delta=0$ condizione di tangenza

$\Delta=(3-b)^2-4a(c+3)=b^2-6b+9-4ac-12a=0.$

riprendo i dati iniziali:

$b=-1$ e $a=1-c$

$1+6+9-4c+4c^2-12+12c=0$

$4c^2+8c+4=0$

$$c=\frac{-4\pm\sqrt{16-16}}{4}=-1$$

$$\begin{cases} a=2 \\ b=-1 \\ c=-1 \end{cases}$$

da cui l'equazione della parabola sarà:

$y=2x^2-x-1$ equazione della parabola.

Esercizio: Determinare l'equazione della parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse y, che passa per $A(2,0)$ e che ha il vertice in $V(3,-1)$

l'equazione sarà del tipo $y=ax^2+bx+c$.

$$\begin{cases} 4a+2b+c=0 & \text{condizione perché la parabola passi per } A. \\ 9a+3b+c=-1 & \text{condizione perché la parabola passi per } V. \\ -\frac{b}{2a}=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4a+2b+c=0 \\ 9a+3b+c=-1 \\ 6a+b=0 \end{cases} \left| \begin{matrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{matrix} \right.$$

$$\begin{cases} 5a+b=-1 \\ 6a+b=0 \end{cases} \left| \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix} \right.$$

$$\begin{cases} a=+1 \\ b=-6 \\ c=+8 \end{cases}$$

$y=x^2-6x+8$ equazione della parabola.

Equazioni logaritmiche (quando la x compare all'argomento del logaritmo)

$\lg(-x+1) + \lg x = 0$

$\lg x(+x+1) = 0$

$x(+x+1) = 1$

$+x^2 + x - 1 = 0$

$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1+4}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{2}$

<u>Esercizio</u>

$\lg(x+1) + \lg 5 = 0$

$\lg 5(x+1) = 0$

$5x + 5 = 1$ perché $\lg_5 m = 1 \Rightarrow 5^0 = 1$

$5x = -4$

$x = -\frac{4}{5}$

<u>Esercizio</u>

$\lg(x-1) + \lg 5 - \lg(x-3) = 2$

$\lg \frac{5(x-1)}{x-3} = 2$ il fratto si fa con la sottrazione $(\lg A - \lg B = \lg \frac{A}{B}$

$\frac{5(x-1)}{x-3} = 10^2$

$\frac{5(x-1)}{x-3} = 100$ con $x \neq 3$

$5x - 5 = 100x - 300$

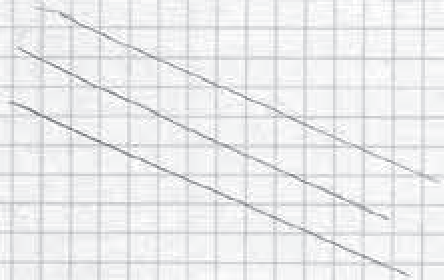
$95x = 295$

$x = \frac{295}{95} = \frac{59}{19}$

Punto all'infinito = punto improprio = direzione.

 fascio di rette con centro $\overset{\text{di punto}}{}$ proprio

 fascio di rette con centro di punto all'infinito



Es n. 2651 pag 333 sul Ferrauto.

$\lg(3x+7) = 2\lg(x+1) - \lg(2x-5)$

~~[illegible]~~

$2\lg(x+1) - \lg(2x-5) - \lg(3x+7) = 0$

$\lg(x+1)^2 - \lg(2x-5) - \lg(3x+7) = 0$

$\lg \dfrac{(x+1)^2}{(2x-5)(3x+7)} = 0$

$\dfrac{(x+1)^2}{6x^2+14x-15x-35} = 1 \qquad x \neq -\frac{7}{3} \text{ e } x \neq \frac{5}{2}$

$\dfrac{x^2+2x+1}{6x^2-x-35} = 1$

$x^2+2x+1 = 6x^2-x-35$

$5x^2-3x-36=0$

$x = \dfrac{3 \pm \sqrt{9+720}}{10} = \dfrac{3 \pm 27}{10} \begin{array}{l} \nearrow x_1 = -\frac{5}{2} \text{ no} \\ \searrow x_2 = 3 \end{array}$

Esn. 2652 sul Fenoaro

$\lg(x^2+1) - \lg(x^2-1) = \lg 13 - \lg 12$ $\qquad x^2-1>0 \Rightarrow x<-1$ et $x>1$

$\lg(x^2+1) - \lg(x^2-1) - \lg 13 + \lg 12 = 0$

$\lg \frac{12(x^2+1)}{13(x^2-1)} = 0$

$\frac{12(x^2+1)}{13(x^2-1)} = 1$

$12x^2+12 = 13x^2-13$

$x^2 = 25$

$x = \pm 5.$

Esn. 2653 sul Fenoaro.

$2\lg(3x+1) = \lg(2x+1) + \lg(x+1)$ $\qquad 3x+1>0 \Rightarrow x>-\frac{1}{3}$

$2\lg(3x+1) - \lg(2x+1) - \lg(x+1) = 0$ $\qquad 2x+1>0 \Rightarrow x>-\frac{1}{2}$

$\lg(3x+1)^2 - \lg(2x+1) - \lg(x+1) = 0$ $\qquad x+1>0 \Rightarrow x>-1$

$\boxed{x>-\frac{1}{3}}$

$\lg \frac{(3x+1)^2}{(2x+1)(x+1)} = 0$

$\frac{(3x+1)^2}{(2x+1)(x+1)} = 1 \qquad x \neq -\frac{1}{2}$ et $x \neq -1.$

$(3x+1)^2 = (2x+1)(x+1)$

$9x^2+6x+\cancel{1} = 2x^2+3x+\cancel{1}$

$7x^2+3x=0$

$x=0$ et $x=-\frac{3}{7}$ non accettabile

Esn. 2663 sul Fenoaro.

$\lg(1-x) - \lg(x+5) = \lg(2x+13) - \lg(2x+9)$ $\qquad 1-x>0 \Rightarrow x<1$

$\lg(1-x) - \lg(x+5) - \lg(2x+13) + \lg(2x+9) = 0$ $\qquad x+5>0 \Rightarrow x>-5$

$\lg \frac{(1-x)(2x+9)}{(x+5)(2x+13)} = 0$ $\qquad 2x+13>0 \Rightarrow x>-\frac{13}{2}$

$2x+9>0 \Rightarrow x>-\frac{9}{2}$

$\frac{(1-x)(2x+9)}{(x+5)(2x+13)} = 1 \qquad x \neq -5$ et $x \neq -\frac{13}{2}$

$2x-2x^2+9-3x=2x^2+10x+13x+45$

$4x^2+30x+36=0$

$2x^2+15x+18=0$

Es n: 2078 nel Fineuro

$\frac{1}{2}\lg(2x-3)=\frac{1}{2}\lg 3+\lg(x-2)$ $\qquad 2x-3>0 \Rightarrow x>\frac{3}{2}$

$x-2>0 \Rightarrow x>2$

$\boxed{x>2}$

$\lg(2x-3)^{\frac{1}{2}}=\lg 3^{\frac{1}{2}}+\lg(x-2)$

$\lg\sqrt{2x-3}-\lg\sqrt{3}-\lg(x-2)$

$\lg\frac{\sqrt{2x-3}}{(x-2)\sqrt{3}}=0 \Rightarrow \frac{\sqrt{2x-3}}{(x-2)\sqrt{3}}=1$

$\sqrt{2x-3}=x\sqrt{3}-2\sqrt{3} \qquad (x>2)\ (x-2)\sqrt{3}>0 \Rightarrow x>2$

$2x-3=3x^2-12x+12$

$3x^2-14x+15=0$

$x=\frac{7\pm\sqrt{49-45}}{3}=\frac{7\pm2}{3}$ $x_1=\frac{5}{3}$ non accettabile perché è minore di 2

$x_2=3$ sì.

Es n: 2084 nel Fineuro.

$\frac{1}{2}\lg(3x+4)-\frac{1}{2}\lg(x+12)=\lg 2-\frac{1}{2}\lg x$ $\qquad 3x+4>0 \Rightarrow x>-\frac{4}{3}$

$x+12>0 \Rightarrow x>-12$

$x>0$

$\boxed{x>0}$

$\lg\sqrt{3x+4}-\lg\sqrt{x+12}-\lg 2+\lg\sqrt{x}=0$

$\lg\frac{\sqrt{3x+4}\cdot\sqrt{x}}{2\sqrt{x+12}}=0 \qquad x\neq 12 \quad e\ x>0$

$\frac{\sqrt{3x^2+4x}}{2\sqrt{x+12}}=1$

$\sqrt{3x^2+4x}=2\sqrt{x+12}$

$3x^2+4x=4x+48$

$3x^2=48$

$x^2=16$

$x=\pm4$

$x=-4$ no

$x=4.$

Esn: 137 / pag 651 Trovare l'equazione della parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse x sapendo che passa per i punti A(-3, 0) B(7, -2) e C(-2, 1)

~~Regola~~

l'equazione sarà del tipo

$x = ay^2 + by + c$

$$\begin{cases} c = -3 & \text{condizione perché la parabola passi per A} \\ 4a - 2b + c = 7 & \text{condizione perché la parabola passi per B} \\ a + b + c = -2 & \text{condizione perché la parabola passi per C} \end{cases}$$

$c = -3$

$$\begin{cases} 4a - 2b = 10 \\ a + b = 1 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 - b \\ 4 - 4b - 2b = 10 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 - b \\ c = -3 \\ -6b = 6 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 1 - b \\ b = -1 \\ c = -3 \end{cases} \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = 2 \\ b = -1 \\ c = -3 \end{cases}$$

$x = 2y^2 - y - 3$ equazione della parabola.

Esn: 147 pag 651 Data la parabola $y = x^2 + 1$ e la retta $y = 3x - 1$, si indichino con P e Q i punti di intersezione di queste due curve. Scrivere l'equazione dell'ellisse che ha il semiasse maggiore uguale a PQ e l'eccentricità uguale a $\frac{1}{2}$.

trovo i punti d'intersezione facendo il sistema fra le 2 equazioni:

$$\begin{cases} y = x^2 + 1 \\ y = 3x - 1 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 + 1 = 3x - 1 \\ \\ \end{cases}$$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

$x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 8}}{2} = \frac{3 \pm 1}{2} \left\langle \begin{array}{l} x_1 = 1 \text{ ascissa di P} \\ x_2 = 2 \text{ ascissa di Q} \end{array} \right.$

$\begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases}$ coordinate di P

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases}$ coordinate di Q

$a = \overline{PQ} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10}$

$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ equazione generale di tutte le ellissi ~~con l'asse mag~~ con i fuochi sull'asse x

$a = \sqrt{10}$ semiasse maggiore

$2a = 2\sqrt{10}$ asse maggiore

l'eccentricità è uguale a:

$$\frac{2c}{2a} = \frac{1}{2}$$

$$4c = 2a$$

$$c = \frac{1}{2}a = \frac{1}{2}\sqrt{10}$$

$$b^2 = a^2 - c^2 = 10 - \frac{5}{2} = \frac{20-5}{2} = \frac{15}{2}$$

$\frac{x^2}{10} + \frac{y^2}{\frac{15}{2}} = 1$ equazione dell'ellisse

$$\frac{x^2}{10} + \frac{2y^2}{15} = 1$$

$$15x^2 + 20y^2 = 150$$

$$3x^2 + 4y^2 = 30$$

Es n: 2660 pag 333 sul Fenaroli.

$$\lg(2x+7) - \lg 2 = 2\lg(x+5) - \lg(5-x)$$

$2x+7>0 \Rightarrow x > -\frac{7}{2}$

$x+5>0 \Rightarrow x>-5$

$5-x>0 \Rightarrow x<5$

$-\frac{7}{2}<x<5$

$$\lg(2x+7) - \lg 2 = \lg(x+5)^2 - \lg(5-x)$$

$$\frac{2x+7}{2} = \frac{(x+5)^2}{5-x}$$

$$(5-x)(2x+7) = 2(x+5)^2$$

$$10x + 35 - 2x^2 - 7x = 2x^2 + 20x + 50$$

$$4x^2 + 17x + 15 = 0$$

$$x = \frac{-17 \pm \sqrt{289-240}}{8} = \frac{-17 \pm 7}{8} < \begin{matrix} x_1 = -3 & \text{sì} \\ x_2 = -\frac{5}{4} & \text{sì} \end{matrix}$$

Es n: 2661 sul Fenaroli

$$2\lg(x-1) - \lg(2x^2+3x-5) = 0$$

$x-1>0 \Rightarrow x>1$

$2x^2+3x-5>0 \Rightarrow x<-\frac{5}{2}$ et $x>1$

$x = \frac{-3 \pm \sqrt{9+40}}{4} = \frac{-3\pm 7}{4} < \begin{matrix} x_1 = -\frac{5}{2} \\ x_2 = 1 \end{matrix}$

$\boxed{x>1}$

$$\lg\frac{(x-1)^2}{2x^2+3x-5} = 0$$

$$\frac{x-1}{2x^2+3x-5} = 1$$

$$x-1 = 2x^2+3x-5$$

$2x^2+2x-4=0$

$x=\frac{-1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{-1\pm3}{2} < \begin{matrix} x_1=-2 \text{ no} \\ x_2=1 \text{ no} \end{matrix}$

l'equazione è assurda

Es n° 2652 sul Fenoutto.

$\lg(3x+2)-\lg(x+4)=\lg(2x+3)-\lg(x+6)$

$x+6>0 \Rightarrow x>-6$

$3x+2>0 \Rightarrow x>-\frac{2}{3}$

$x+4>0 \Rightarrow x>-4$

$2x+3>0 \Rightarrow x>-\frac{3}{2}$

$\boxed{x>-\frac{2}{3}}$

$\frac{3x+2}{x+4}=\frac{2x+3}{x+6}$

$(x+6)(3x+2)=(x+4)(2x+3)$

$3x^2+18x+2x+\cancel{12}=2x^2+3x+8x+\cancel{12}$

$x^2+9x=0$

$x=0$ si.

$x=-9$ no.

Es n: 2393 pag 324 sul Fenoutto.

$2^x\cdot2^{x+1}=8$

$2^{2x+1}=2^3$

$2x+1=3$

$2x=2$

$x=1$

Es n: 2383 sul Fenoutto.

$3^{\frac{x+1}{x}}:3^{\frac{x-1}{x}}=9$

$3^{\frac{x+1}{x}}:3^{\frac{x-1}{x}}=3^2$

$3^{\frac{x+1}{x}-\frac{x-1}{x}}=3^2$

$\frac{x+1}{x}-\frac{x-1}{x}=2$

$\cancel{x}+1-\cancel{x}+1=2x$

$x=1$

Es n: 2395 sul Fenoutto.

$\left(\sqrt[x]{5^{x+3}}\right)^{x-2}=\frac{1}{5^{1-x}}$

$\left((5^{x+3})^{\frac{1}{x}}\right)^{x-2}=5^{x-1}$

$5^{\frac{(x+3)(x-2)}{x}}=5^{x-1}$

$(x+3)(x-2)=x^2-x$

$\cancel{x^2}-2x+3x-6=\cancel{x^2}-x$

$2x=6$

$x=3$

Es n: 2413 sul Fenoutto.

$5^{2x}-30\cdot5^x+125=0$

$(5^x)^2-30\cdot5^x+125=0$

pongo $5^x=y$

$y^2-30y+125=0$

$y=15\pm\sqrt{225-125}=15\pm10 < \begin{matrix} y_1=5 \\ y_2=25 \end{matrix}$

$5^x=5$ $\quad$ $5^x=25$

$x=1$ $\quad$ $x=2$

Esercizi di preparazione al compito del 24.3.1984:

Es n°145 pag 651 sono date: la parabola $y = -x^2 + 9x - 8$ e la retta $y = x$. Detti A e B i punti comuni alla parabola e alla retta e A', B' le loro proiezioni ortogonali sull'asse x, calcolare l'area del trapezio convesso AA'B'B.

Trovo le ascisse di A e B facendo il sistema fra l'equazione della parabola con la retta

$$\begin{cases} y = -x^2 + 9x - 8 \\ y = x \end{cases}$$

$$x^2 - 8x + 8 = 0$$

$$x = 4 \pm 2\sqrt{2} \begin{cases} x_1 = 4 - 2\sqrt{2} \\ x_2 = 4 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

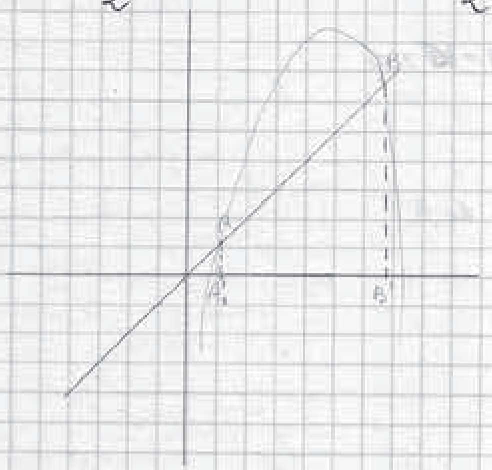
$$A \begin{cases} x = 4 - 2\sqrt{2} \\ y = 4 - 2\sqrt{2} \end{cases} \qquad B \begin{cases} x = 4 + 2\sqrt{2} \\ y = 4 + 2\sqrt{2} \end{cases}$$

$$h = A'B' = |4 + 2\sqrt{2} - 4 + 2\sqrt{2}| = 4\sqrt{2}$$

$$\overline{AA'} = 4 - 2\sqrt{2}$$

$$\overline{BB'} = 4 + 2\sqrt{2}$$

$$Area = \frac{(\overline{AA'} + \overline{BB'}) \cdot h}{2} = \frac{(4 - 2\sqrt{2} + 4 + 2\sqrt{2}) \cdot 4\sqrt{2}}{2} = \frac{8 \cdot 4\sqrt{2}}{2} = \frac{32\sqrt{2}}{2} = 16\sqrt{2} \text{ area}$$



Esn: 163 pag 655 Scrivere le equazioni delle tangenti alla parabola $y=x^2-6x+5$ nei punti di intersezione con l'asse x.

Trovo i punti di intersezioni con l'asse x:

$$\begin{cases} y=0 \text{ asse } x \\ y=x^2-6x+5 \end{cases}$$

$x^2-6x+5=0$

$x=3\pm\sqrt{9-5}=3\pm2 \begin{cases} x_1=1 \\ x_2=5 \end{cases}$

$A(1,0)$

$B(5,0)$

Trovo la tangente alla parabola da A:

$$\begin{cases} y=m(x-1) \text{ condizione perchè la tangente passi per A} \\ y=x^2-6x+5 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=mx-m \\ y=x^2-6x+5 \end{cases} \quad mx-m=x^2-6x+5 \quad x^2-mx-6x+5+m=0$$

$x^2-(m+6)x+5+m=0$

$\Delta=0$ condizione di tangenza.

$(m+6)^2-20-4m=m^2+12m+36-20-4m=m^2+8m+16=0$

$m=-4\pm\sqrt{16-16}=-4$

$y=-4x+4$ equazione della tangente condotta da A.

Trovo la tangente alla parabola da B:

$$\begin{cases} y=m(x-5) \\ y=x^2-6x+5 \end{cases} \quad x^2-6x+5=mx-5m \quad x^2-(m+6)x+5m+5=0$$

$\Delta=0$ condizione di tangenza

$(m+6)^2-20m-20=m^2+12m+36-20-20m=m^2-8m+16=0$

$m=4\pm\sqrt{16-16}=4$

$y=4x-20$ equazione della tangente condotta da B

Es n: 2411 pag 325 nel Fenouto

$2^{2x}-5\cdot 2^{x}+4=0$

$(2^{x})^{2}-5\cdot 2^{x}+4=0$

pongo $2^{x}=y$

$y^{2}-5y+4=0$

$y=\frac{5\pm\sqrt{25-16}}{2}=\frac{5\pm 3}{2}=$ $y_1=1$, $y_2=4$

$2^{x}=1$ $\qquad$ $2^{x}=4$

$x=0$ $\qquad$ $x=2$

Es n: 2410 nel Fenouto

$5^{x^2+x-2}+5^{x^2+x+1}=\frac{126}{25}$

$5^{x^2+x-2}+5^{x^2+x+1}-\frac{2\cdot 3^2\cdot 7}{5^2}=0$

$5^{x^2+x-2}+5^{x^2+x+1}-2\cdot 3^2\cdot 7\cdot 5^{-2}=0$

Es n: 2402 nel Fenouto

$5^{\frac{x+1}{x}}=\frac{1}{\sqrt[x]{25}}$

$5^{\frac{x+1}{x}}=\sqrt[-x]{25}$

$5^{\frac{x+1}{x}}=\sqrt[-x]{5^2}$

$5^{\frac{x+1}{x}}=5^{\frac{2}{-x}}$

$\frac{x+1}{x}=-\frac{2}{x}$ $\qquad$ $x\neq 0$

$x+1=-2$

$x=-3$

Compito del 24.3.1986 (quell'altra fila)

In un R.C.O sono dati i punti $A(-3,0)$ $B(4,7)$ e $C(6,-9)$.
Determinare:

1) l'equazione della parabola con l'asse di simmetria parallelo all'asse y e passante per A, B, C.
2) l'area del triangolo che ha i vertici nei punti d'incontro della parabola con gli assi coordinati
3) l'equazione della circonferenza che ha il centro nel vertice della parabola e che è tangente all'asse y.
Disegnare nello stesso riferimento la parabola e la circonferenza.

Risolvere

$$7^{2x}-7^{x}=2$$

$$2\lg(x+3)=\lg 4+2\lg(x-6)$$

$\boxed{1}$ $y=ax^2+bx+c$ tipo dell'equazione dell'equazione

$$\left\{\begin{array}{l} 9a-3b+c=0 \\ 16a+4b+c=7 \\ 36a+6b+c=-9 \end{array}\right. \quad \begin{array}{|cc} 0 & -1 \\ -1 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}$$

$$\left\{\begin{array}{l} 20a+2b=-16 \\ 7a+7b=7 \end{array}\right.$$

$a=1-b$

$20-20b+2b=-16$

$-18b=-36 \Rightarrow b=2$

$$\left\{\begin{array}{l} a=-1 \\ b=2 \\ c=15 \end{array}\right.$$

$y=-x^2+2x+15$ equazione della parabola.

$\boxed{2}$ un punto d'incontro è: $A(-3,0)$. (sull'asse della x)
l'altro punto d'incontro sull'asse x è:

$$\left\{\begin{array}{l} y=-x^2+2x+15 \\ y=0 \end{array}\right.$$

$-x^2+2x+15=0$

$x^2-2x-15=0$

$x=1\pm\sqrt{1+15}=1\pm4 \begin{array}{l} -3 \\ 5 \end{array}$

quindi l'altro è : $D(5,0)$

il punto d'incontro della parabola è:

$$\begin{cases} y=-x^2+2x+15 \\ x=0 \end{cases}$$

$E(0,15)$

il triangolo ha come altezza 15 e come base:

$\overline{AD}=|5-(-3)|=|8|=8$

$$Area=\frac{15\cdot 8}{2}=60.$$

$\boxed{3)}$ la circonferenza ha come coordinate del centro V:

$$V\begin{cases} x=-\frac{b}{2a}=1 \\ y=-\frac{\Delta}{4a}=16 \end{cases}$$

la distanza del vertice dall'asse y è la misura del raggio ed esso è 1

l'equazione della circonferenza è:

$(x-\alpha)^2+(y-\beta)^2=r^2$

$(x-1)^2+(y-16)^2=1$

$x^2-2x+\cancel{1}+y^2-32y+256=\cancel{1}$

$x^2+y^2-2x-32y+256=0$ equazione della circonferenza.

Risolvo:

$7^{2x}-7^x=2$

$7^{2x}-7^x-2=0$

$(7^x)^2-7^x-2=0$

pongo $7^x=y$

$y^2-y-2=0$

$y=\frac{1\pm\sqrt{1+8}}{2}=\frac{1\pm3}{2}<\begin{matrix} y_1=-1 \\ y_2=2 \end{matrix}$

$7^x=-1$ no.

$(\lg 7^x=\lg -1$ no$)$

$7^x=2$

$\lg 7^x=\lg 2$

$x\lg 7=\lg 2$

$x=\frac{\lg 2}{\lg 7}$ in base e

Risolvo:

$2\lg(x+3)=\lg 4+2\lg(x-6)$ $x+3>0 \Rightarrow x>-3$

$x-6>0 \Rightarrow x>-6$

$\lg(x+3)^2=\lg 4+(x-6)^2$ $\boxed{x>-3}$

$(x+3)^2=4(x-6)^2$

$x^2+6x+9=4x^2-48x+144$

$3x^2-54x+135=0$

$x=\frac{27\pm\sqrt{729-405}}{3}=\frac{27\pm18}{3}<\begin{matrix} x_1=3 & \text{si.} \\ x_2=9 & \text{si.} \end{matrix}$

Dimostriamo che:

$$\log_m b = \frac{1}{\log_b m}$$

$$\log_m b = x \Rightarrow m^x = b$$

trovo il logaritmo di ambo i membri

$$\log_b m^x = \log_b b$$

$$x \log_b m = 1$$

$$x = \frac{1}{\log_b m}$$

per cui

$$\log_m b = \frac{1}{\log_b m}$$

<u>Esercizio</u>: Calcolare il centro e la misura del raggio della circonferenza di equazione.

$$x^2 + y^2 - 6x = 0$$

$$C \begin{cases} x = -\frac{1}{2}a = 3 \\ y = -\frac{1}{2}b = 0 \end{cases}$$

$$r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = \frac{1}{2}\sqrt{36} = 3$$

Troviamo i punti base:

$y = mx^2 - 17mx - 21m$ equazione di un fascio di parabole. (semplice infinità)
esistono dei punti base del fascio in cui tutte le parabole passano.

pongo $m_1 = m$

$y = m_1x^2 - 17m_1x - 21m_1$

pongo $m_2 = m$

$y = m_2x^2 - 17m_2x - 21m_2$

$$\begin{cases} y = m_1x^2 - 17m_1x - 21m_1 \\ y = m_2x^2 - 17m_2x - 21m_2 \end{cases}$$

$(m_1 - m_2)x^2 - (17m_1 - 17m_2)x + 21m_2 - 21m_1 = 0$

$\Delta = (17m_1 - 17m_2)^2 + 84(m_1 - m_2)^2$

$289(m_1 - m_2)^2 + 84(m_1 - m_2)^2$

$373(m_1 - m_2)^2$. meglio non continuare, ma determiniamo i punti base del fascio.

$y = x^2 + mx - 2m - 3$

pongo:

$m = m_1$

e $m = m_2$

$m_1 \neq m_2$

$$\begin{cases} y = x^2 + m_1x - 2m_1 - 3 \\ y = x^2 + m_2x - 2m_2 - 3 \end{cases}$$

$(m_1 - m_2)x - 2m_1 + 2m_2 = 0$

$x = \dfrac{2(m_1 - m_2)}{m_1 - m_2}$

$x = 2$

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 1 \end{cases}$$

$B(2, 1)$

È dato il punto B(2,1). Trovare il fascio di parabole che ha per punto base B con l'asse di simmetria parallelo all'asse y.

$y = ax^2 + bx + c$

$4a + 2b + c = 1$ condizione perchè le parabole passino per B.

$c = 1 - 4a - 2b$

$y = ax^2 + bx - 4a - 2b + 1$

$$\begin{cases} a = 1 \\ b = m \\ c = 1 - 4a - \underbrace{2b}_{} = -2m - 3 \end{cases}$$

Sono dati i punti A(2,1) e B(3,0). Considerandoli punti base di un fascio di parabole, trovarne l'equazione.

$$\begin{cases} 4a + 2b + c = 1 \\ 9a + 3b + c = 0 \end{cases} \left| \begin{matrix} 3 & 9 \\ -2 & -4 \end{matrix} \right.$$

$-6a + c = 3 \Rightarrow a = \dfrac{c-3}{6}$

$6b + 5c = 9 \Rightarrow b = \dfrac{9-5c}{6}$

$y = \dfrac{c-3}{6}x^2 + \dfrac{9-5c}{6}x + c$

pongo

$c = c_1$

$c = c_2$

$c_1 \neq c_2$

$$\begin{cases} y = \dfrac{c_1-3}{6}x^2 + \dfrac{9-5c_1}{6} + c_1 \\ y = \dfrac{c_2-3}{6}x^2 + \dfrac{9-5c_2}{6} + c_2 \end{cases} \left| \begin{matrix} 1 \\ -1 \end{matrix} \right.$$

$0 = \dfrac{c_1-c_2}{6}x^2 - \dfrac{5c_1-5c_2}{6}x + c_1 - c_2$

$(c_1-c_2)x^2 - 5(c_1-c_2)x + 6(c_1-c_2) = 0$

divido per $c_1 - c_2$

$x^2 - 5x + 6 = 0$

$x = \dfrac{+5 \pm 1}{2}$ ↗ $x_1 = 3$ ↘ $x_2 = 2$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases} \quad A(2,1)$$

$$\begin{cases} x=3 \\ y=0 \end{cases} \quad B(3,0)$$

<u>Esercizio</u>: dati i punti $A(1,0)$ e $B(0,-1)$, trovare il fascio di parabole con l'asse di simmetria parallelo all'asse y che hanno come punti base A e B; trova anche il fascio di cerchi con questi punti base

$y = ax^2 + bx + c$ $\quad A(1,0) \quad B(0,-1)$

$$\begin{cases} a+b+c=0 & \text{condizione perché la parabola passi per A} \\ c=-1 & \text{condizione perché la parabola passi per B} \end{cases}$$

$a + b = 1$

$b = 1 - b$

$y = a x^2 + (1 - a) x - 1$

pongo

$a = a_1$

$a = a_2$

$a_1 \neq a_2$

$$\begin{cases} y = a_1 x^2 + (1 - a_1) x - 1 \\ y = a_2 x^2 + (1 - a_2) x - 1 \end{cases}$$

$(a_1 - a_2) x^2 - (a_1 - a_2) x = 0$

$x^2 - x = 0$

$x = 0$

$x = 1$

$$\begin{cases} x=0 \\ y=-1 \end{cases} \quad B(0,-1)$$

$$\begin{cases} x=1 \\ y=0 \end{cases} \quad A(1,0)$$

$x^2+y^2+ax+by+c=0 \qquad A(1,0) \quad B(0,-1)$

$\begin{cases} 1+a+c=0 & \text{impongo il passaggio per } A \\ 1-b+c=0 & \text{impongo il passaggio per } B \end{cases}$

$\begin{cases} a+c=-1 \\ c-b=-1 \end{cases}$

$\begin{cases} a=-1-c \\ +b=c+1 \end{cases}$

$x^2+y^2-x-cx+cy+y+c=0$

$x^2+y^2-(c+1)x+(c+1)y+c=0$

pongo:

$c=c_1$

$c=c_2$

$c_1\neq c_2$

$\begin{cases} x^2+y^2-(c_1+1)x+(c_1+1)y+c_1=0 \\ x^2+y^2-(c_2+1)x+(c_2+1)y+c_2=0 \end{cases}$

$-(c_1-c_2)x+(c_1-c_2)y+(c_1-c_2)=0$

$-x+y+1=0$

$x=y+1.$

Esercizio

$3^{2x-1}=5^{1-x}$

$\lg 3^{2x-1}=\lg 5^{1-x}$

$(2x-1)\lg 3=(1-x)\lg 5$

$2x\lg 3-\lg 3=\lg 5-x\lg 5$

$2x\lg 3+x\lg 5=\lg 5+\lg 3$

$\cancel{\lg}\ (2\lg 3+\lg 5)x=\lg 5+\lg 3$

$x=\dfrac{\lg 5+\lg 3}{2\lg 3+\lg 5}$

$$\begin{cases} -a^2-16a+15b^2+248b+844=0 \\ a^2+16a+b^2+8b-20=0 \end{cases}$$

$16b^2+256b+924=0$

$4b^2+64b+231=0$

$b=\frac{-32\pm\sqrt{1024-924}}{4}=\frac{-32\pm10}{4}$; $-\frac{42}{4}=-\frac{21}{2}$; $-\frac{22}{4}=-\frac{11}{2}$

$a^2+16a+\frac{441}{4}-84-20=0$

$a^2+16a+\frac{441-336-80}{4}=0$

$a^2+16a+\frac{25}{4}=0$

$4a^2+64a+25=0$

$a^2+16a+\frac{121}{4}-44-20=0$

$a^2+16a+\frac{121-176-80}{4}$

$a^2+16a-\frac{135}{4}$

$4a^2+64a-135=0$

$a=\frac{-32\pm\sqrt{1024-540}}{4}=$

$=\frac{-32\pm22}{4}$; $-\frac{54}{4}=-\frac{27}{2}$; $-\frac{10}{4}=-\frac{5}{2}$

$x^2+y^2-\frac{27}{2}x-\frac{21}{2}y+\frac{49}{8}$

$x^2+y^2-\frac{5}{2}x-\frac{11}{2}y+\frac{561}{8}$

$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{729}{4}+\frac{441}{4}-4c}=3$

$\frac{729}{16}+\frac{441}{16}-c=3$

$\frac{1170}{16}-c=3$

$c=\frac{1170-48}{16}=\frac{1122}{16}=\frac{561}{8}$

$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{25}{4}+\frac{121}{4}-4c}=3$

$\frac{25}{16}+\frac{121}{16}-c=3$

$\frac{146}{16}-3=c$

$c=\frac{146-48}{16}=\frac{98}{16}=\frac{49}{8}$

$$\begin{cases} \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=3 \\ \sqrt{(4+\frac{1}{2}a)^2+(2+\frac{1}{2}b)^2}-\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=2 \\ \sqrt{(-4-\frac{1}{2}a)^2+(-6-\frac{1}{2}b)^2}-\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=4 \end{cases} \quad \begin{array}{|cc} 1 & 0 \\ 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} \sqrt{(4+\frac{1}{2}a)^2+(2+\frac{1}{2}b)^2}=5 \\ \sqrt{(-4-\frac{1}{2}a)^2+(-6-\frac{1}{2}b)^2}-\sqrt{(4+\frac{1}{2}a)^2+(2+\frac{1}{2}b)^2}=2 \end{cases}$$

$(4+\frac{1}{2}a)^2+(2+\frac{1}{2}b)^2=25$

$16+4a+\frac{1}{4}a^2+4+2b+\frac{1}{4}b^2-25=0$

$\frac{1}{4}a^2+4a+\frac{1}{4}b^2+2b-5=0$

$$\begin{cases} a^2+16a+b^2+8b-20=0 \\ \sqrt{16+4a+\frac{1}{4}a^2+36+6b+\frac{1}{4}b^2}=2+\sqrt{16+4a+\frac{1}{4}a^2+4+2b+\frac{1}{4}b^2} \end{cases}$$

$\cancel{16}+\cancel{4a}+\cancel{\frac{1}{4}a^2}+36+6b+\cancel{\frac{1}{4}b^2}=\cancel{16}+\cancel{4a}+\cancel{\frac{1}{4}a^2}+4+2b+\cancel{\frac{1}{4}b^2}+4+2\sqrt{16+4a+\frac{1}{4}a^2+\dots}$

$32+4b=2\sqrt{16+4a+\frac{1}{4}a^2+4+2b+\frac{1}{4}b^2}$

$1024+256b+16b^2=64+16a+a^2+16+8b+b^2$

$$\begin{cases} 15b^2+248b-a^2-16a+944=0 \\ a^2+16a+b^2+8b-20=0 \end{cases}$$

Es n: 52 pag 643 Trovare le coordinate dei punti base del fascio di circoli di equazione:

$$x^2+y^2+2(k-3)x+(1+k)y+8-3k=0$$

pongo

$k=k_1$

$k=k_2$

$k \neq k_2$

$$\begin{cases} x^2+y^2+2(k_1-3)x+(1+k_1)y+8-3k_1=0 & 1 \\ x^2+y^2+2(k_2-3)x+(1+k_2)y+8-3k_2=0 & -1 \end{cases}$$

$$2(k_1-k_2)x+(k_1-k_2)y-3(k_1-k_2)=0$$

$$2x+y-3=0$$

$$y=-2x+3$$

$$x^2+(-2x+3)^2+2k_1x-6x+(k_1+1)(-2x+3)+8-3k_1=0$$

$$x^2+4x^2-12x+9+\cancel{2k_1x}-6x-\cancel{2k_1x}-2x+\cancel{3k_1}+3+8-\cancel{3k_1}=0$$

$$5x^2-20x+20=0$$

$$x=\frac{10\pm\sqrt{100-100}}{5}=\frac{10}{5}=2$$

$$\begin{cases} x=2 \\ y=-1 \end{cases} \quad A(2,-1)$$

Es n: 57 pag 643

In un R.C.O sono dati il punto $A(-4,0)$ e la retta r $x+2y=0$. Scrivere l'equazione della circonferenza γ avente il centro su r e tangente all'asse x in A. Trovare poi la circonferenza γ' simmetrica di γ rispetto a $P(0,4)$ e dimostrare che le rette del fascio di centro P staccano sulle 2 circonferenze corde sempre uguali fra di loro. Successivamente si trovino le circonferenze di raggio 3 (unità) e tangenti esternamente sia a γ che a γ' e si calcoli l'area del quadrilatero avente per vertici i centri delle 4 circonferenze.

Trovo l'equazione ~~pass~~ della retta passante per A e perpendicolare all'asse y:

$x=-4$

trovo le coordinate del centro facendo il sistema fra l'equazione data e quella trovata:

$$\begin{cases} x=-4 \\ y=-\frac{1}{2}x \end{cases} \quad \begin{cases} x=-4 \\ y=2 \end{cases} \text{ coordinate del centro } C(-4,2)$$

il raggio misura 2 e quindi l'equazione della circonferenza è:

$(x+4)^2+(y-2)^2=4$

$x^2+y^2+8x-4y+16=0$ eq. circonferenza

oppure:

$\begin{cases} -\frac{1}{2}a-b=0 & \text{condizione perchè il centro } \in \text{ r} \\ 16-4a+c=0 & \text{condizione perchè la circonferenza passi per A} \\ \frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=\sqrt{(4+\frac{1}{2}a)^2+\frac{1}{4}b^2} & \text{il raggio è uguale ad } \overline{AC} \end{cases}$

$\begin{cases} a+2b=0 & 0 \\ -4a+c+16=0 & 1 \\ 4a+c+16=0 & 1 \end{cases}$

$2c=32 \Rightarrow c=16$

$a=+8$

$b=-4$

l'equazione della circonferenza è:

$x^2+y^2+8x-4y+16=0$

essendo γ_1 simmetrica a γ rispetto a P, occorre che $\overline{PC}=\overline{PC'}$ e inoltre il centro C_1 della circonferenza γ_1 appartiene alla retta che passa per P e C.

$\begin{cases} -4m+n=2 & \text{condizione perchè la retta passi per C} \\ n=4 & \text{condizione perchè la retta passi per P.} \end{cases}$

$m=\frac{1}{2}$ et $n=4$

$y=\frac{1}{2}x+4$ retta che passa per C e P.

$\begin{cases} -\frac{1}{2}b=-\frac{1}{4}a+4 & \text{condizione perchè } C_1 \text{ appartenga alla retta.} \\ \sqrt{20}=\sqrt{\frac{1}{4}a^2+(4+\frac{1}{2}b)^2} & \overline{PC}=\overline{PC'} \end{cases}$

$\begin{cases} a=2b+16 \\ a^2+16b+b^2+64-80=0 \end{cases}$ $\begin{cases} 4b^2+64b+256+64+16b+b^2-80=0 \\ a=2b+16 \end{cases}$ $\begin{cases} 5b^2+80b+240=0 \\ a=2b+16 \end{cases}$

$b^2+16b+48=0$

$b=-8\pm4 <^{b_1=-12}_{b_2=-4}$

$\begin{cases} b=-12 \\ a=-8 \end{cases}$

da queste posso trovare le coordinate del centro:

$\begin{cases} x=-\frac{1}{2}a=4 \\ y=-\frac{1}{2}b=6 \end{cases}$ $C_1(4,6)$

raggio $=\frac{1}{2}\sqrt{a^2+b^2-4c}=\frac{1}{2}\sqrt{64+144-4c}=\frac{1}{2}\sqrt{208-4c}=-c\ 152=0 \Rightarrow c=+68$

l'equazione è:

$x^2+y^2-8x-12y+68=0$

Es n. 59 pag 644

Determinare l'equazione della circonferenza γ passante per i punti $A(1, -4)$, $B(5, 2)$ e avente il centro sulla retta r: $x - 2y + 9 = 0$. Trovare, poi, l'equazione della circonferenza γ' simmetrica di γ rispetto all'asse y.

$x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$

$$\begin{cases} 1 + 16 + a - 4b + c = 0 & \text{condizione perchè la circonferenza passi per } A \\ 25 + 4 + 5a + 2b + c = 0 & \text{condizione perchè la circonferenza passi per } B \end{cases}$$

essendo il centro della circonferenza sulla retta r, le sue coordinate $x = -\frac{1}{2}a$ e $y = -\frac{1}{2}b$ devono soddisfare l'equazione $x - 2y + 9 = 0$.

$$\begin{cases} -\frac{1}{2}a + b + 9 = 0 \\ 1 + 16 + a - 4b + c = 0 \\ 25 + 4 + 5a + 2b + c = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -a + 2b + 18 = 0 \\ a - 4b + c + 17 = 0 \\ 5a + 2b + c + 29 = 0 \end{cases} \quad \begin{array}{|cc} 1 & 0 \\ 1 & -5 \\ 0 & 1 \end{array}$$

$$\begin{cases} -2b + c + 35 = 0 \\ 22b - 4c - 56 = 0 \end{cases}$$

$c = 2b - 35$

$22b - 8b + 140 - 56 = 0$

$14b = -84$

$$\begin{cases} b = -6 \\ c = -47 \\ a = 6 \end{cases}$$

$x^2 + y^2 + 6x - 6y - 47 = 0$ equazione della circonferenza.

la circonferenza γ' per essere simmetrica a γ rispetto all'asse y deve avere il centro nel punto $3, 3$ e il raggio uguale a γ:

$C(-3, 3)$ $A(1, -4)$

$\overline{AC} = r = \sqrt{16 + 49} = \sqrt{65}$

l'equazione della circonferenza γ' è:

$(x - 3)^2 + (y - 3)^2 = 65$

$x^2 + y^2 - 6x - 6y - 47 = 0$

Pag 337 sul Fenacuto:

In una progressione aritmetica calcolare a_n sapendo che:

2761) $a_1 = 7$ $\quad d = 3$ $\quad n = 15$

$$\begin{cases} a_1 = 7 \\ a_{15} = x \\ d = 3 \end{cases}$$

$a_m = a_n + (m-n)d =$

$a_{15} = 7 + (15-1)\cdot 3 = 7 + 42 = 49$

2762) $a_1 = -3$ $\quad d = 2$ $\quad n = 11$

$$\begin{cases} a_1 = -3 \\ a_{11} = x \\ d = 2 \end{cases}$$

$a_m = a_n + (m-n)d =$

$a_{11} = -3 + (11-1)2 = -3 + 20 = 17$

2763) $a_1 = 22$ $\quad d = -11$ $\quad n = 9$

$$\begin{cases} a_1 = 22 \\ d = -11 \\ a_9 = x \end{cases}$$

$a_m = a_n + (m-n)d$

$a_9 = 22 + (9-1)\cdot -11 = 22 - 88 = -66$

2764) $a_1 = 12$ $\quad d = -9$ $\quad n = 5$

$$\begin{cases} a_1 = 12 \\ d = -9 \\ n = 5 \end{cases}$$

$a_m = a_n + (m-n)d = 12 + (5-1)(-9) = 12 - 36 = -24$

In una progressione aritmetica calcolare a_1 sapendo che:

2767) $a_{12} = 41$ $\quad d = 4$

$$\begin{cases} a_{12} = 41 \\ a_1 = x \\ d = 4 \end{cases}$$

$a_1 = 41 + (1-12)4 = 41 - 44 = -3$

2768) $a_3 = 0$ $d = -4$

$\div \begin{cases} a_3 = 0 \\ a_1 = x \\ d = -4 \end{cases}$

$a_1 = 0 + (1-3)(-4) = 32$

Pag 338 Fenaroli: Esercizi sulle progressioni aritmetiche:

2790) conoscendo: $a_{17} = 84$ e $d = 7$, calcolare a_5.

$a_5 = a_{17} + (5-17)d = 84 - 84 = 0$

2796) Conoscendo: $a_5 = 3(a-6)$ e $a_{11} = 3(a+2b)$, calcolare d:

$d = \frac{a_m - a_n}{m-n} = \frac{3a - 18 - 3a - 6b}{5-11} = \frac{6b+18}{6} = \frac{6(b+3)}{6} = b+3$

2801) in una progressione aritmetica calcolare S_n sapendo che:

$a_1 = 7$ $a_6 = 12$

$\div S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{7+12}{2} \cdot 6 = 19 \cdot 3 = 57.$

2805) in una progressione aritmetica calcolare S_n sapendo che:

$a_1 = 2a + 3b - 5$ $a_{22} = a - 3b + 7$

$\frac{2a + \cancel{3b} - 5 + a - \cancel{3b} + 7}{2} \cdot 22 = \frac{3a+2}{2} \cdot 22 = (3a+2)11 = 33a + 22$

2816) in una progressione aritmetica calcolare n sapendo che

$a_1 = 5$ $a_n = 22$ $S_n = 189$

$*$se $S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$ allora $n = \frac{2 S_n}{2 a_1 + 2 a_n} = \frac{189}{\frac{5+22}{2}} = \frac{189}{\frac{27}{2}} = 14$ $\left(n = \frac{S_n}{a_1 + a_n} \cdot 2\right)$

2819) in una progressione aritmetica calcolare n sapendo:

$a = 524$ $a_n = -132$ $S_n = 3136$

$n = \frac{S_n}{a_1 + a_n} \cdot 2 = \frac{3136}{524 - 132} \cdot 2 = \frac{3136}{392} \cdot 2 = 8 \cdot 2 = 16$

$* \frac{5+22}{2} \cdot n = 189$

Es n: 2843 pag 341 sul Fenaro sulle progressioni aritmetiche
Calcolare il primo termine e la ragione di una progressione aritmetica sapendo che la somma del secondo e del quarto è 14 e che la somma del terzo e del sesto è 20

$a_1 = x \qquad d = y$

$a_2 + a_4 = 14$

$a_3 + a_6 = 20$

Es n: 2851 pag 341 sul Fenaro sulle progressioni aritmetiche
Trovare il primo termine di una progressione aritmetica sapendo che la somma dei primi 6 termini è 57 e che il doppio del primo aumentato del triplo del terzo è uguale al quadruplo del quinto diminuito di 28.

$a_1 = x$

$S_6 = 57$

$2a_1 + 3a_3 = 4a_5 - 28$

Es n: 2871 pag 343 sul Fenaro sulle progressioni ~~aritmetiche~~ geometriche.
Noti: $a_1 = 3$, $q = 2$, calcolare a_6

$a_6 = a_1 \cdot q^{6-1} = 3 \cdot 2^5 = 3 \cdot 32 = 96$

Es n: 2878 pag 343 sul Fenaro sulle progressioni geometriche.
Noti: $a_1 = 28$, $a_n = \frac{4}{49}$ e $q = \frac{1}{7}$, calcolare n

$\frac{4}{49} = 28 \cdot \left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}$

$\frac{4}{49} \cdot \frac{1}{28} = \left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}$

$\frac{1}{7^3} = \left(\frac{1}{7}\right)^{n-1}$

$7^{-3} = 7^{1-n}$

$-3 = 1-n$

$n = 4$

Es n° 23 pag 582 dello Zwirner

Discutere il seguente sistema:

$$\begin{cases} (m-1)x^2-(m-5)x+m-1=0 \\ -2 \leq x \leq -1 \end{cases}$$

$$\Delta = (m-5)^2-4(m-1)^2 = m^2-10m+25-4m^2+8m-4 = -3m^2-2m+21 \geq 0 \Rightarrow 3m^2+2m-21 \leq 0$$

$$m = \frac{-1 \pm \sqrt{1+63}}{3} = \frac{-1 \pm 8}{3} \begin{cases} m_1 = -3 \\ m_2 = \frac{7}{3} \end{cases}$$

$\Delta \geq 0$ per $-3 \leq m \leq \frac{7}{3}$

$A = m-1 > 0$ per $m>1$

$f(-2) = 4m-4+2m-10+m-1 = 7m-15 \geq 0$ per $m \geq \frac{15}{7}$

$f(-1) = m-1+m-5+m-1 = 3m-7 \geq 0$ per $m \geq \frac{7}{3}$

$$-\frac{B}{2A} = \frac{m-5}{2m-2}$$

$$\frac{m-5}{2m-2} \geq -2$$

$$\frac{m-5}{2m-2}+2 \geq 0$$

$$\frac{m-5+4m-4}{2m-2} > 0$$

$$\frac{5m-9}{2(m-1)} > 0$$

$N \geq 0$ per $m \geq \frac{9}{5}$

$D > 0$ per $m>1$

$\frac{N}{D} > 0$ per $m<1$ e $m \geq \frac{9}{5}$

$$\frac{m-5}{2(m-1)} > -1$$

$$\frac{m-5}{2(m-1)}+1 > 0$$

$$\frac{m-5+2m-2}{2(m-1)} > 0$$

$$\frac{3m-7}{2(m-1)} \geq 0$$

$N \geq 0$ per $m \geq \frac{7}{3}$

$D > 0$ per $m>1$

$\frac{N}{\Delta} > 0$ per $m<1$ e $m > \frac{7}{3}$

Riassunto:

$\Delta \geq 0$ per $-3 < m \leq \frac{7}{3}$

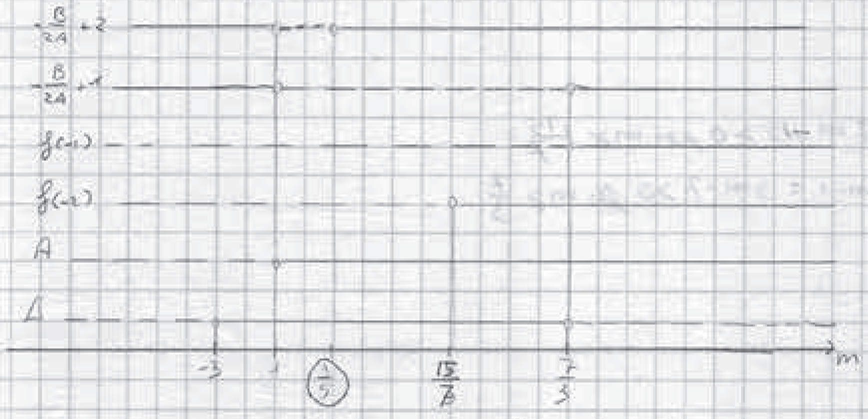
$A > 0$ per $m > 1$

$f(-2) \geq 0$ per $m > \frac{15}{7}$

$f(-1) \geq 0$ per $m > \frac{7}{3}$

$-\frac{B}{2A} > -2$ per $m < +1$ e $m > \frac{9}{5}$

$-\frac{B}{2A} > -1$ per $m<1$ e $m > \frac{7}{3}$



1° caso) $m < -3$ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perchè le radici non sono reali.

2° caso) $m = -3$ $\Delta = 0 \Rightarrow \exists\ x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \frac{m-5}{2m-2} = \frac{-8}{-8} = +1$. Il sistema non ha soluzioni perchè le radici non ~~rispettano~~ soddisfano le limitazioni.

3° caso) $-3 < m < 1$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\ x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{matrix} f(-2) < 0 \\ A < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{matrix} f(-1) < 0 \\ A < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "-1" è esterno all'intervallo delle radici.

$-\frac{B}{2A} + 1 > 0 \Rightarrow -\frac{B}{2A} > -1$

Il sistema non ha soluzioni perchè le radici non ~~rispettano~~ soddisfano le limitazioni.

4° caso) $m = 1$ $A = 0 \Rightarrow -(m-5)x = 0$. $4x = 0 \Rightarrow x = 0$ Il sistema non ha soluzioni perchè la radice non soddisfa le limitazioni.

5° caso) $1 < m < \frac{15}{7}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists\ x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$\left.\begin{matrix} A > 0 \\ f(-2) < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "-2" è interno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{matrix} A > 0 \\ f(-1) < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$ "-1" è interno all'intervallo delle radici

Il sistema non ha soluzioni perchè le radici non soddisfano le limitazioni

6° caso) $m = \frac{15}{7}$ $f(-2) = 0 \Rightarrow x = -2$ e $x = -\frac{B}{2A} + 2 = \frac{m-5}{2m-2} + 2 = \frac{-\frac{20}{7}}{\frac{30}{7} - 2} + 2 = -\frac{20}{7} \cdot \frac{7}{16} + 2 = -\frac{5}{4} + 2 = \frac{3}{4}$

Il sistema ha una sola soluzione dalla limite inferiore.

1° caso) $\frac{15}{7} < m < \frac{7}{3}$ $\Delta > 0 \Rightarrow \exists x_1 \neq x_2 \in R$

$\left.\begin{array}{l} f(-2) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-2" è esterno all'intervallo delle radici

$\left.\begin{array}{l} f(-1) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "-1" è interno all'intervallo delle radici

Il sistema ha una sola soluzione data dalla radice più piccola

$-2 \quad x_1 \quad -1 \quad x_2$

2° caso) $m = \frac{7}{3}$ $f(-1) = 0 \Rightarrow \cancel{x} = -1$ ma $\Delta = 0 \Rightarrow \exists x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \frac{m-5}{2m-2} = \frac{-6}{}$

Il sistema non ha soluzioni

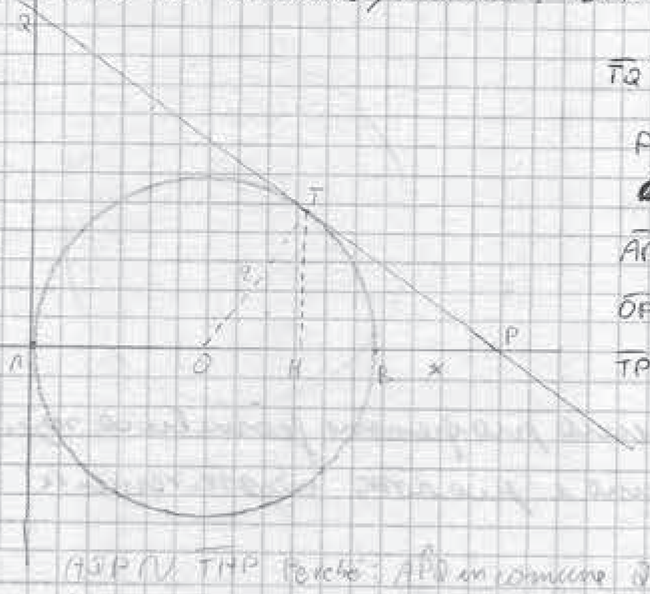
3° caso) $m > \frac{7}{3}$ $\Delta < 0$ il sistema non ha soluzioni perché le radici non sono reali.

Es n: 46 pag 585 sullo Zwirner.

È data una circonferenza di diametro $\overline{AB} = 2r$. Determinare, sul prolungamento del diametro AB, un punto P tale che, condotta da P una tangente alla circonferenza e detti: T il punto di tangenza e Q il punto di intersezione di questa tangente con la tangente in A alla circonferenza, risulti:

$$\overline{TQ}^2 + \overline{TP}^2 = m \cdot \overline{AP}^2$$

ove m è un numero positivo. Discussione.



$\overline{TQ}^2 + \overline{TP}^2 = m \cdot \overline{AP}^2$

pongo $\overline{PB} = x$

$x > 0$

$\overline{AP} = 2r + x$

$\overline{OP} = r + x$

$\overline{TP}^2 = (r+x)^2 - r^2 = x^2 + 2rx$

$AQP \sim THP$ perché: $\hat{APQ}$ in comune $Q\hat{A}P = T\hat{H}P$ perché angoli retti $\hat{AQT} = H\hat{T}P$ perché angoli corrispondenti di 2 rette parallele tagliate dalla trasversale QP

$\overline{AQ} : \overline{OT} = \overline{AP} : \overline{TP}$

$$\overline{AQ} = \frac{\overline{OT} \cdot \overline{AP}}{\overline{TP}} = \frac{r(2r+x)}{\sqrt{x^2+2rx}}$$

$$x^2 + 2rx + \frac{r^2(2r+x)^2}{x^2+2rx} = m(2r+x)^2$$

$$x^2 + 2rx + \frac{2r^4 + 4r^3x + r^2x^2}{x^2+2rx} = m(2r+x)^2$$

$$(x^2+2rx)^2 + 2r^4 + 4r^3x + r^2x^2 = (4r^2m + 4r\cancel{m}x + mx^2)(x^2+2rx)$$

$x^4+4zx^3+4z^2x^2+2z^4+4z^3x+z^2x^2 = 4z^2mx^2+8z^3mx+6mzx^3+8z^2x^2m+mx^4$

$x^4-mx^4+4zx^3+6mzx^3+5z^2x^2-12mz^2x^2+4z^3x-8mz^3x+2z^4=0$

$(1-m)x^4+2z(z+3m)x^3+(5z^2-12mz^2)x^2+4z^3(1-2m)x+2z^4=0$

Es n: 2311 pag 345 sul Tenento.

Trovare 3 numeri in progressione geometrica crescente sapendo che la loro somma è 65 e che il loro prodotto è 3375.

$1^\circ = \frac{x}{y}$

$2^\circ = x$

$3^\circ = xy$

$$\begin{cases} \frac{x}{y}+x+xy=65 \\ \frac{x}{y}\cdot x\cdot xy = 3375 \end{cases} \qquad \begin{cases} x+xy+xy^2=65y \\ x^3=3375 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x=15 \\ 15+15y+15y^2=65y \end{cases}$$

$15y^2-50y+15=0$

$3y^2-10y+3=0$

$y = \frac{+5\pm\sqrt{25-9}}{3} = \frac{5\pm4}{6}$ $\quad y_1 = \frac{1}{3} \quad y_2 = \frac{9}{3}$ ... $\frac{5}{3}$ $\quad \frac{3}{2}$

$1^\circ = \frac{15}{\frac{5}{3}} = 15\cdot\frac{3}{5} =$

$2^\circ = 15$

$3^\circ = 15\cdot\frac{2}{5} =$

Es n: 2315 pag 345 sul Tenento.

Scrivere i primi sette termini di una progressione geometrica sapendo che il secondo e il quarto hanno somma e prodotto rispettivamente uguali a 60 e 324

pongo:

$a_2 = x$

$a_4 = y$

$$\begin{cases} x+y=60 \\ xy=324 \end{cases}$$

$z^2-60z+324=0$

$z = 30\pm\sqrt{900-324} = 30\pm24 \quad z_1=6 \quad z_2=54$

$$\begin{cases} x = 6 \\ y = 54 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = 54 \\ y = 6 \end{cases}$$

$a_2 = 6$	$a_2 = 54$
$a_4 = 54$	$a_4 = 6$
$54 = 6 \cdot q^{4-2}$	$\cancel{6} = 54\, q^{4-2}$
$54 = 6q^2$	$54q^2 = 6$
$6q^2 = 54$	$q^2 = \frac{1}{9}$
$q^2 = 9$	$q = \frac{1}{3}$
$q = 3$	
$a_1 = 2$	$a_1 = 162$
$a_2 = 6$	$a_2 = 54$
$a_3 = 18$	$a_3 = 18$
$a_4 = 54$	$a_4 = 6$
$a_5 = 162$	$a_5 = 2$
$a_6 = 486$	$a_6 = \frac{2}{3}$
$a_7 = 1458.$	$a_7 = \frac{2}{9}$

Es n: 2836 pag 340 sul Ferrauto sui medi aritmetici,

inserire 5 medi aritmetici tra 5 e 23

$d = \cancel{4}$ 5 · · · · · 23

$a_1 = 5$

$a_n = 23$

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{5 - 23}{1 - \cancel{7}} = \frac{-18}{-6} = 3$$

5, 8, 11, 14, 17, 20, 23.

Es n: 2837 pag 340 sul Ferrauto

inserire 6 medi aritmetici tra 21 e −42:

a_1 21 · · · · · · −42

$a_1 = 21$

$a_8 = -42$

$$d = \frac{a_m - a_n}{m - n} = \frac{21 + 42}{1 - 8} = \frac{63}{-7} = -9$$

21, 12, 3, −6, −15, −24, −33, −42

Es n: 2838 pag 340 sul Fenaroli

inserire 12 medi aritmetici tra 3 e 237

3 237

$a_1 = 3$

$a_{14} = 237$

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{237-3}{14-1} = \frac{234}{13} = 18$$

3, 21, 39, 57, 75, 93, 111, 129, 147, 165, 183, 201, 219, 237

Es n: 2839 pag 340 sul Fenaroli

inserire 8 medi aritmetici tra $2a+1$ e $20a-26$

$a_1 = 2a+1$

$a_{10} = 20a-26$

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{20a-26-2a-1}{10-1} = \frac{18a-27}{9} = 2a-3$$

$2a-3$, $4a-2$, $6a-5$, $8a-8$, $10a-11$, $12a-14$, $14a-17$, $16a-20$, $18a-23$, $20a-26$.

Es n: 2840 pag 340 sul Fenaroli.

Inserire 15 medi aritmetici tra a^2+a+1 e $a^2+33a-47$

$a_1 = a^2+a+1$

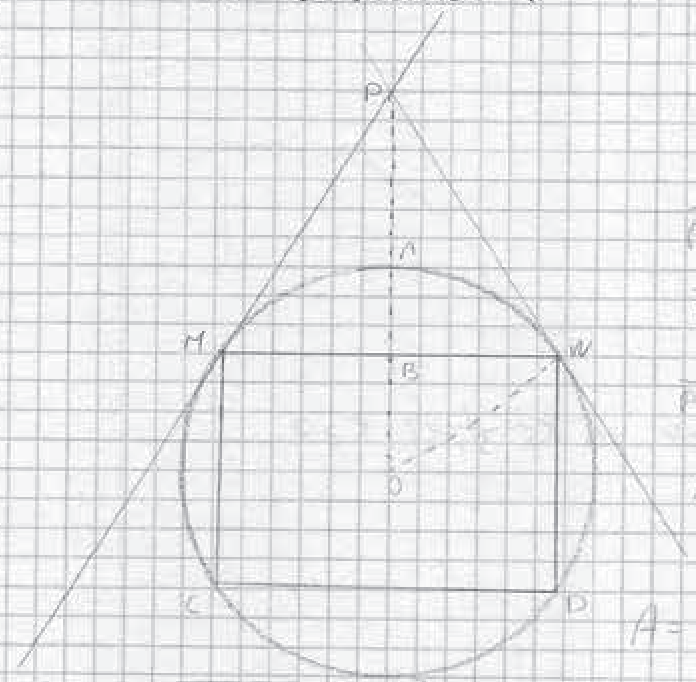
$a_{17} = a^2+33a-47$

$$d = \frac{a_n - a_1}{n-1} = \frac{a^2+33a-47-a^2-a-1}{17-1} = \frac{32a-48}{16} = 2a-3$$

a^2+a+1, a^2+3a-2, a^2+5a-5, a^2+7a-8, $a^2+9a-11$, $a^2+11a-14$, $a^2+13a-17$, $a^2+15a-20$, $a^2+17a-23$, $a^2+19a-26$, $a^2+21a-29$, $a^2+23a-32$, $a^2+25a-35$, $a^2+27a-38$, $a^2+29a-41$, $a^2+31a-43$, $a^2+33a-47$.

Es n° 56 pag 551 sullo Zwirner.

Data una circonferenza di centro O e raggio r, determinare a quale distanza da O si deve condurre una corda MN affinché sia K il rapporto fra l'area del triangolo formato dalla corda MN e dalle tangenti al cerchio in M e N ed il rettangolo inscritto nel cerchio di lato MN. Discussione



pongo $\overline{PM}=x$

$x>0$

$\overline{PO}=\sqrt{r^2+x^2}$

$\overline{BN}=\dfrac{rx}{\sqrt{r^2+x^2}}$

$\overline{PB}=\dfrac{x^2}{\sqrt{r^2+x^2}}$

$MN=\dfrac{2rx}{\sqrt{r^2+x^2}}$

$A=\dfrac{2rx}{\sqrt{r^2+x^2}}\cdot\dfrac{x^2}{\sqrt{r^2+x^2}}\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{rx^3}{r^2+x^2}$

$\overline{BO}=\sqrt{r^2+x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{r^2+x^2}}=\dfrac{r^2}{\sqrt{r^2+x^2}}$

$A=\dfrac{r^2}{\sqrt{r^2+x^2}}\cdot\dfrac{2rx}{\sqrt{r^2+x^2}}=\dfrac{2r^3x}{r^2+x^2}$

eq:

$\dfrac{rx^3}{r^2+x^2}\cdot\dfrac{r^2+x^2}{2r^3x}=k$

$\dfrac{x^2}{2r^2}=k$

$x^2=2kr^2$ 1 la una soluzione per $k>0$.

NO!

pongo $\overline{MN}=2x$

$0<x<r$

$\overline{MC}=2\sqrt{r^2-x^2}$

Area rettangolo = $4x\sqrt{r^2-x^2}$

$PB : x = x : \sqrt{r^2-x^2}$

$\overline{PB}=\dfrac{x^2}{\sqrt{r^2-x^2}}$

A triangolo = $\dfrac{x^3}{\sqrt{r^2-x^2}}$

$S(a,a)$ $K=0$ $\Delta=0 \Rightarrow \exists\, x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \alpha$ ...

$C = \alpha$

Il problema ha 2 soluzioni coincidenti

$\alpha \in (0,\alpha)$ $K>0$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2$

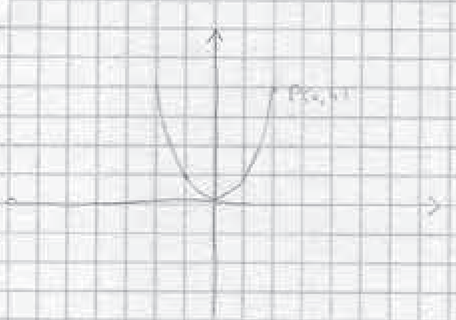
$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ C<0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ due soluzioni reali ed opposte

$\left.\begin{array}{l} A>0 \\ f(\alpha)>0 \end{array}\right\} \Rightarrow$ "α" è esterno all'intervallo delle radici

Il problema ha una sola soluzione

Esercizio: Trovare la retta dell'equazione passante per P e tangente alla parabola $y=x^2$

$y = x^2$



x	y
1	1
-1	1
2	4
-2	4

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$y - 4 = m(x-2)$

$\begin{cases} y = mx - 2m + 4 \\ y = x^2 \end{cases}$

$x^2 = mx - 2m + 4$

~~...~~ $x^2 - mx + 2m - 4 = 0$

($\Delta = 0$ condizione di tangenza)

poichè: $x_1 + x_2 = -\frac{B}{A}$, ma $x_1 = 2$ sicuramente, quindi viene

$m = 2 + x_2$

$x_2 = m - 2$ condizione di tangenza è $m - 2 = 2 \Rightarrow m = 4$ (le soluzioni devono essere coincidenti quindi uguali)

$y = 4x - 4$ equazione della retta passante per P e tangente alla parabola in P.

Es n: 2761 pag 337 sul Venoutto sulle progressioni aritmetiche

$$\div \begin{cases} a_1 = 7 \\ d = 3 \\ n = 15 \end{cases}$$

$a_{15} = ?$

$a_{15} = a_1 + (15-1)\,3$

$a_{15} = 7 + 42 = 49$

Es n: 2762

$$\div \begin{cases} a_1 = -3 \\ d = 2 \\ a_{11} = x \end{cases}$$

$a_{11} = a_1 + (11-1)\cdot 2 = -3 + 20 = 17$

Es n: 2763

$$\div \begin{cases} a_1 = 22 \\ d = -11 \\ a_9 = x \end{cases}$$

$a_9 = a_1 + (9-1)\cdot -11 = 22 + 88 = -66$

Es n: 2765

$$\begin{cases} a_1 = 2a - 1 \\ d = a + 1 \\ a_{10} = x \end{cases}$$

$a_{10} = a_1 + (10-1)(a+1) = 2a - 1 + 9a + 9 = 11a + 8$

Es n: 2767

$$\div \begin{cases} a_{12} = 41 \\ d = 4 \\ a_1 = x \end{cases}$$

$a_1 = a_{12} + (1-12)\,4 = 41 + (-44) = -3$

Es n: 2768

$$\div \begin{cases} a_9 = 0 \\ d = -4 \\ a_1 = x \end{cases}$$

$a_1 = a_9 + (1-9)\cdot -4 = 0 + 32 = 32$

Es n° 2770

$$\div\begin{cases} a_{13} = 102 \\ d = 7 \\ a_1 = x \end{cases}$$

$a_1 = a_{13} + (\cancel{1}-13)\cdot 7 = 102 - 126 = -24$

Es n° 2771

$$\div\begin{cases} a_8 = 8a - 21 \\ d = a - 3 \\ a_1 = x \end{cases}$$

$a_1 = a_8 + (1-8)(a-3) = 8a - \cancel{21} - 7a + \cancel{21} = a$

Es n° 2773

$$\div\begin{cases} a_1 = 13 \\ a_{12} = 35 \\ d = ? \end{cases}$$

$d = \frac{a_m - a_n}{m-n} = \frac{35-13}{12-1} = \frac{22}{11} = 2$

Es n° 2774

$$\div\begin{cases} a_1 = 11 \\ a_{10} = 92 \\ d = ? \end{cases}$$

$d = \frac{a_m - a_n}{m-n} = \frac{a_{10} - a_1}{10-1} = \frac{92-11}{9} = \frac{81}{9} = 9$

Es n° 2776

$$\div\begin{cases} a_1 = 12 \\ a_{13} = -36 \\ d = ? \end{cases}$$

$d = \frac{a_m - a_n}{m-n} = \frac{a_{13} - a_1}{13-1} = \frac{-36-12}{12} = \frac{-48}{12} = -4$

Es n° 2777

$$\div\begin{cases} a_1 = 3b + 4 \\ a_{12} = 15 - 8b \\ d = ? \end{cases}$$

$d = \frac{a_m - a_n}{m-n} = \frac{a_{12} - a_1}{12-1} = \frac{15-8b-3b-4}{11} = \frac{11-11b}{11} = 1-b$

Es n: 2779 pag 338 sul Tenacito sulle progressioni aritmetiche

$$\div\begin{cases} a_1 = 3 \\ d = 3 \\ a_n = 33 \end{cases}$$ calcolare n:

$a_n = a_m + (n-m)d$

$33 = 3 + (n-1)3$

$33 = \cancel{3} + 3n - \cancel{3}$

$n = 11$

Es n: 2780

$$\div\begin{cases} a_1 = 7 \\ d = 2 \\ a_n = 35 \end{cases}$$ calcolare n

$a_n = a_m + (n-m)d$

$35 = 7 + (n-1)2$

$35 = 7 + 2n - 2$

$2n = 30$

$n = 15$

Es n: 2783

$$\div\begin{cases} a_1 = a - 3 \\ d = 7 - a \\ a_n = 60 - 8a \end{cases}$$ calcolare n

$a_n = a_m + (n-m)d$

$60 - 8a = a - 3 + (n-1)(7-a)$

$60 - 8a = a - 3 + 7n - 7 - an + a$

$a - 3 + 7n - 7 - an + a - 60 + 8a = 0$

$n(7-a) + 10a - 70 = 0$

$n = \frac{70 - 10a}{7-a} = \frac{10(\cancel{7-a})}{\cancel{7-a}} = 10$

Es n: 2785

$$\div\begin{cases} a_2 = 4 \\ d = 12 \\ a_7 = x \end{cases}$$

$a_7 = a_2 + (7-2)d = 4 + 60 = 64$

Es n: 2802

$$\div\begin{cases} a_1 = -8 \\ a_{16} = 19 \\ S_n = x \end{cases}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{-8+19}{2} \cdot 16 = 11 \cdot 8 = 88$$

Es n: 2803

$$\div\begin{cases} a_1 = -17 \\ a_{11} = 93 \\ S_n = x \end{cases}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{-17+93}{2} \cdot 11 = 38 \cdot 11 = 418.$$

Es n: 2804

$$\div\begin{cases} a_1 = -52 \\ a_{12} = -9 \\ S_n = x \end{cases}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n = \frac{-52-9}{2} \cdot 12 = -61 \cdot 6 = -366.$$

Es n: 2806

$$\div\begin{cases} a_7 = 39 \\ S_7 = 210 \\ a_1 = x \end{cases}$$

$$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \cdot 7$$

$$210 = \frac{a_1 + 39}{2} \cdot 7$$

$$420 = (a_1 + 39) \cdot 7$$

$$420 = 7a_1 + 273$$

$$7a_1 = 147$$

$$a_1 = 21.$$

Es n: 2821 pag 333 sul Fenoutto sulle progressioni aritmetiche:

$$\div\begin{cases} d = 8 \\ S_{11} = 495 \\ a_1 = ? \\ a_{11} = ? \end{cases}$$

$S_n = \quad a_{11} = a_1 + (11-1)\,d$

$$\begin{cases} a_{11} = a_1 + 80 \\ 495 = \dfrac{a_1 + a_{11}}{2} \cdot 11 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_{11} = a_1 + 80 \\ 990 = \cancel{11}a_1 + \cancel{11}a_{11} \Rightarrow a_1 + a_{11} = 90 \end{cases}$$

$a_1 + a_1 + 80 = 90$

$2a_1 = 10 \Rightarrow a_1 = 5$

$a_{11} = 85$

Es n: 2822

$$\div\begin{cases} d = 9 \\ S_9 = 135 \\ a_1 = ? \\ a_9 = ? \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_9 = a_1 + (9-1)\,9 \\ 135 = \dfrac{a_1 + a_9}{2} \cdot 9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_9 = a_1 + 72 \\ 270 = 9a_1 + 9a_9 \end{cases} \quad \begin{cases} a_9 = a_1 + 72 \\ a_1 + a_9 = 30 \end{cases} \quad a_1 + a_1 + 72 = 30 \Rightarrow a_1 = -21$$

$a_9 = 51$

Es n: 2823

$$\div\begin{cases} d = 5 \\ S_7 = 91 \\ a_1 = x \\ a_7 = y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + (7-1)\,5 \\ 91 = \dfrac{x+y}{2} \cdot 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = x + 30 \\ 182 = 7x + 7y \end{cases} \quad \begin{cases} x + y = 26 \\ y = x + 30 \end{cases} \quad \begin{cases} x + x + 30 = 26 \\ y = x + 30 \end{cases} \quad \begin{cases} x = -2 \\ y = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} a_1 = -2 \\ a_7 = 28 \end{matrix}$$

103

Es n° 2824

$$\begin{cases} d=-4 \\ S_{15}=-285 \\ a_1=x \\ a_{15}=y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=x-56 \\ -570=15x+15y \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+y=-38 \\ y=x-56 \end{cases}$$

$x+x-56=-38$

$2x=18$

$$\begin{cases} x=9 \\ y=-47 \end{cases}$$

$a_1=9$

$a_{15}=-47$

Es n° 2872 pag 343 sul Quaderno delle progressioni geometriche

$$\begin{cases} a_1=8 \\ q=\frac{1}{2} \\ a_7=? \end{cases}$$

$a_7=a_1\cdot q^{7-1}=8\cdot\frac{1}{2}^6=8\cdot\frac{1}{64}=\frac{1}{8}$

Es n° 2873

$$\begin{cases} a_6=15625 \\ q=5 \\ a_1=? \end{cases}$$

$a_1=a_6\cdot q^{1-6}=15625\cdot 5^{-5}=15625\cdot\frac{1}{3125}=5$

Es n° 2875

$$\begin{cases} a_1=28 \\ a_9=\frac{7}{64} \\ q=? \end{cases}$$

$\frac{7}{64}=28\cdot q^{9-1}$

$\frac{7}{64}=28q^8$

$\frac{7}{64}\cdot\frac{1}{28}=q^8$

$q^8=\frac{1}{256}=\frac{1}{2}$

Es n° 2877 pag 343 sul Fenoalto sulle progressioni geometriche.

$$\div\begin{cases} a_1 = 52 \\ a_n = 832 \\ q = 2 \end{cases}$$ calcolare n

$a_n = a_m \cdot q^{n-m}$

$832 = 52 \cdot q^{n-1}$

$16 = 2^{n-1}$

$2^4 = 2^{n-1}$

$4 = n-1$

$n = 5$

Es n° 2879

$$\div\begin{cases} a_1 = 3 \\ q = 2 \\ S_5 = ? \end{cases}$$

$$S_5 = \frac{q^n - 1}{q-1} \cdot a_1 = \frac{2^5 - 1}{2-1} \cdot 3 = \frac{31}{1} \cdot 3 = 93$$

Es n° 2885

$$\div\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_4 = 24 \\ P_4 = ? \end{cases}$$

$$P_4 = \sqrt{(a_1 \cdot a_4)^4} = \sqrt{(24 \cdot 6)^4} = \sqrt{144^4} = 144^2 = 20736$$

Es n° 2886

$$\begin{cases} a_1 = 6 \\ a_5 = 150 \\ P_5 = ? \end{cases}$$

$$P_5 = \sqrt{(a_1 \cdot a_5)^5} = \sqrt{(150 \cdot 6)^5} = \sqrt{900^5} = 24300000$$

Es n° 2889

$$\div\begin{cases} a_1 = 5 \\ a_n = 20 \\ P_n = 100.000 \end{cases}$$ calcolare n.

$100.000 = \sqrt{(5 \cdot 20)^n}$

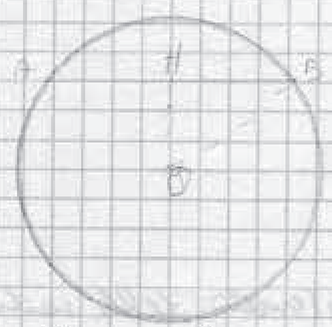
$10000000000 = 100^n$

$100^5 = 100^n$

$n = 5$

Es n° 26 pag 323 sul libro di geometria:

Costruire in un cerchio di raggio r, una corda tale che la somma della sua lunghezza $2x$ e della sua distanza y dal centro sia uguale a l.



$\overline{AB}=2x$

$0\le x\le r$

$2x+y=l$

$2x+y=l \Rightarrow y=l-2x$

$$\begin{cases} x^2=r^2-y^2 \\ x^2=r^2-l^2+4lx-4x^2 \\ 0<x<r \end{cases}$$

$5x^2-4lx+l^2-r^2=0$

$\frac{\Delta}{4}=4l^2-5l^2+5r^2=-l^2+5r^2>0$ per $l>2\sqrt{5}$

$\Delta\geq 0$ per $l\leq 2\sqrt{5}$

$A=5>0\ \forall l$

$B=-4l>0$ per $l<0$

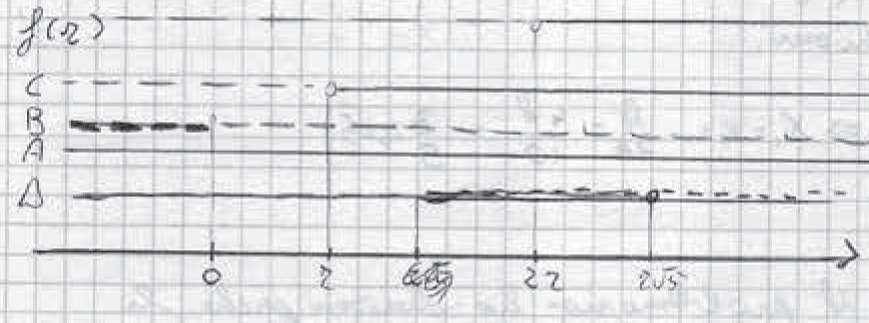
$C=l^2-r^2\geq 0$ per $l\geq r$

$f(r)=5r^2-4lr+l^2-r^2=l^2-4lr+4r^2>0$

$l=2r\pm\sqrt{4r^2-4r^2}=2r$

$f(r)>0$ per $\forall l$

$f(r)=0$ per $l=2r$.



1° caso) $l<r$ $\Delta>0 \Rightarrow \exists\, x_1\neq x_2\in R$

$$\left.\begin{matrix} A>0 \\ B<0 \\ C<0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow \begin{matrix} x_1>0 \\ x_2<0 \end{matrix}$$

$$\left.\begin{matrix} f(r)<0 \\ A>0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow$$ "r" è interno all'intervallo delle radici.

x_1 0 r x_2 Il problema non ha soluzioni

2° caso) $l = r$ $\quad C = 0 \Rightarrow x = 0$ et $x = -\frac{B}{A} \Rightarrow \frac{4}{5} l = \frac{4}{5} r$

Il problema ha 2 soluzioni di cui uno è il limite inferiore.

3° caso) $r < l < 2r$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2 \in \mathbb{R}$

$$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(r) < 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{"}r\text{" è interno all'intervallo delle radici.}$$

Il problema ha 1 soluzione data dalla radice più piccola.

4° caso) $l = 2r$ $\quad f(r) = 0 \Rightarrow x_1 = r$ et $x_2 = -\frac{B}{A} - r = \frac{3}{5} r$

Il problema ha una sola soluzione.

5° caso) $2r < l < r\sqrt{5}$ $\quad \Delta > 0 \Rightarrow \exists\, x_1 \neq x_2$

$$\left.\begin{array}{l} A > 0 \\ B < 0 \\ C > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 > 0 \\ x_2 > 0 \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} f(r) > 0 \\ A > 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{"}r\text{" è esterno all'intervallo delle radici}$$

Il problema ha 2 soluzioni.

6° caso) $l = r\sqrt{5}$ $\quad \Delta = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{B}{2A} = \frac{4l}{10} = \frac{2}{5} r\sqrt{5}$

7° caso) $l > r\sqrt{5}$ $\quad \Delta < 0$ il problema non ha soluzioni perchè le radici non sono reali

Disequazioni irrazionali

1° tipo: Esercizio Risolvere la seguente disequazione

$\sqrt{x-1} > x-3$

$x-1 \geq 0$ N.B: $7>4 \Rightarrow 7^2>4^2$

soddisfatta questa condizione il 1° membro $-7>-8 \Rightarrow 7^2 \cancel{>} 8^2$ questo non è vero!
assume valori positivi o nulli.

supponiamo $x-3<0$

$$(1)\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3<0 \end{cases}$$

se questo sistema ha delle soluzione, queste risolvono la disequazione.

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ x-3<0 \Rightarrow x<3 \end{cases} \qquad 1 \leq x < 3 \qquad \boxed{x \in [1, 3)}$$

supponiamo ora:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 \geq 0 \end{cases}$$

se queste condizioni sono simultaneamente soddisfatte nessuno dei 2 membri è negativo, allora posso elevare al quadrato la disequazione data:

$x-1 > x^2-6x+9$

se ruoto

$$(2)\begin{cases} \cancel{x-1 \geq 0} \\ x-3 \geq 0 \\ x-1 > x^2-6x+9 \end{cases}$$

posso non considerare la prima disequazione (in quanto) perché superflua in quanto contenuta nella terza

$$\begin{cases} x-3 \geq 0 \\ x-1 > (x-3)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq 3 \\ x-1 > x^2-6x+9 \end{cases}$$

$x^2-7x+10<0$

$\Delta = 49 - 40 > 0$

$$x = \frac{7 \pm 3}{2} < \begin{matrix} x_1 = 2 \\ x_2 = 5 \end{matrix}$$

$2 < x < 5$

Il sistema n°2 è risolto per

$3 \leq x < 5 \qquad x \in [3,5)$

la disequazione di partenza è risolta dall'unione delle soluzioni del primo e secondo sistema.

$[1,3) \cup [3,5) = [1,5)$

Esercizio:
Risolvere la seguente disequazione

$\sqrt{x-1} < x-3$

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \\ x-3 > 0 \\ x-1 < (x-3)^2 \end{cases}$$

la disequazione è risolta per $x > 5$.

Es n° 1 pag 57 del VI Risolvere la seguente disequazione irrazionale

$\sqrt{-x^2-x+6} > 6x+3$

$-x^2-x+6 \geq 0$

$x=-3$ e $x=2$

$-x^2-x+6>0 \Rightarrow -3<x<2$

supponiamo $6x+3<0$

$\begin{cases} -3<x<2 \\ 6x+3<0 \end{cases}$

$\begin{cases} -3<x<2 \\ x<-\frac{1}{2} \end{cases}$ se questo sistema ha delle soluzioni, queste risolvono la disequazione

$-3 \leq x < -\frac{1}{2}$

supponiamo ora:

$\begin{cases} -3<x<2 \\ 6x+3 \geq 0 \end{cases}$

posso elevare al quadrato la disequazione

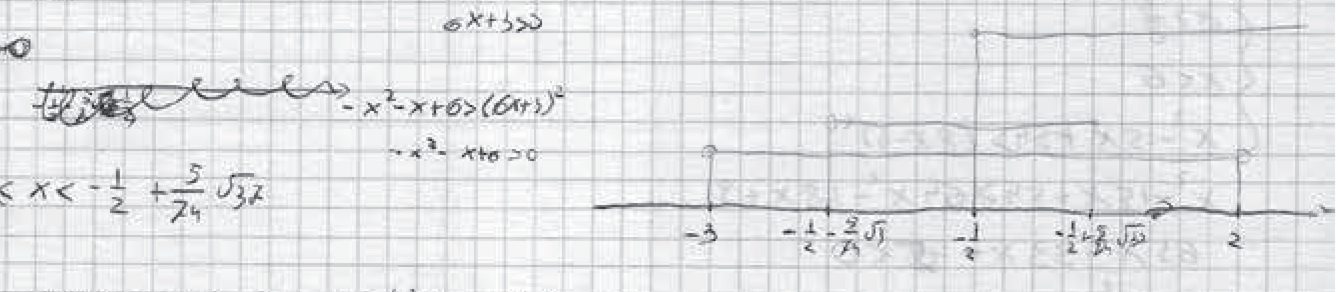
$\begin{cases} -3<x<2 \\ x > -\frac{1}{2} \\ -x^2-x+6 > (6x+3)^2 \end{cases}$

$-x^2-x+6 > 36x^2+36x+9$

$37x^2+37x+3<0$

$x = \frac{-37 \pm \sqrt{1369-444}}{74} = \frac{-37 \pm \sqrt{925}}{74} = \frac{-37 \pm 5\sqrt{37}}{74} = -\frac{1}{2} \pm \frac{5}{74}\sqrt{37} < \begin{matrix} x_1 = -\frac{1}{2} - \frac{5}{74}\sqrt{37} \\ x_2 = -\frac{1}{2} + \frac{5}{74}\sqrt{37} \end{matrix}$

$-\frac{1}{2} - \frac{5}{74}\sqrt{37} < x < -\frac{1}{2} + \frac{5}{74}\sqrt{37}$



$-\frac{1}{2} \leq x < -\frac{1}{2} + \frac{5}{74}\sqrt{37}$

La disequazione è risolta per:

$-3 \leq x < -\frac{1}{2} + \frac{5}{74}\sqrt{37}$

Es n°2 pag 575 VII Risolvere la seguente disequazione:

$$\sqrt{x^2-15x+54} > 8x-3$$

$x^2-15x+54 \geq 0$

$x=6$ et $x=9$

$x<6$ et $x>9$

supponiamo:

$$\left\{\begin{array}{l} 8x-3<0 \\ x<6 \\ x>9 \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} x<\frac{3}{8} \\ x<6 \\ x>9 \end{array}\right.$$ se questo sistema ha delle soluzioni queste risolvono la disequazione.

$6 \quad \frac{3}{8} \quad 9$

$x<6$

supponiamo:

$$\left\{\begin{array}{l} 8x-3>0 \\ x<6 \\ x>9 \end{array}\right.$$

possiamo elevare al quadrato la disequazione data:

$$\left\{\begin{array}{l} 8x-3>0 \\ x<6 \\ x>9 \\ x^2-15x+54>(8x-3)^2 \end{array}\right.$$

posso non considerare $x>9$ perché contenuta in $8x-3>0$

$$\left\{\begin{array}{l} x>\frac{3}{8} \\ x<6 \\ x^2-15x+54>(8x-3)^2 \end{array}\right.$$

$x^2-15x+54>64x^2-48x+9$

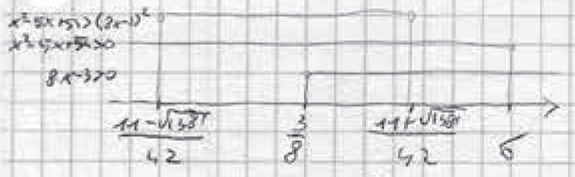
$63x^2-33x-45<0$

$21x^2-11x-15<0$

$\Delta=121+1260>0$

$$x=\frac{11\pm\sqrt{1381}}{42} \quad x_1=\frac{11-\sqrt{1381}}{42} \quad x_2=\frac{11+\sqrt{1381}}{42}$$

$$\frac{11-\sqrt{1381}}{42} < x < \frac{11+\sqrt{1381}}{42}$$



$$\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{11+\sqrt{1381}}{42}$$

~~Ilm~~ La disequazione è risolta per

$$\frac{3}{8} \leq x \leq \frac{11+\sqrt{1381}}{42}$$

Es n: 3 pag 576 VII Risolvere la seguente disequazione:

$$\sqrt{x+1} > 3-2x$$

$$x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -1$$

supponiamo ~~3-2~~

$$\begin{cases} 3-2x<0 \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x > \frac{3}{2} \\ x \geq -1 \end{cases}$$

$$x \geq \frac{3}{2}$$

supponiamo:

$$\begin{cases} 3-2x \geq 0 \\ x \geq -1 \\ x+1 > (3-2x)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq \frac{3}{2} \\ x \geq -1 \\ x+1 > (3-2x)^2 \end{cases}$$

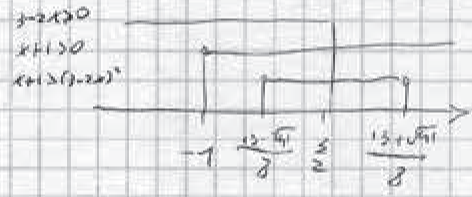
$$x+1 > 9-12x+4x^2$$

$$4x^2-13x+8<0$$

$$\Delta = 169-128>0$$

$$x = \frac{13 \pm \sqrt{41}}{8} \quad x_1 = \frac{13-\sqrt{41}}{8} \quad x_2 = \frac{13+\sqrt{41}}{8}$$

$$\frac{13-\sqrt{41}}{8} < x < \frac{13+\sqrt{41}}{8}$$



$$\frac{13-\sqrt{41}}{8} < x < \frac{3}{2}$$

La disequazione è risolta per:

$$x > \frac{13-\sqrt{41}}{8}$$

~~Fin~~e

<u>Es n° 4 pag 576</u> VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale.

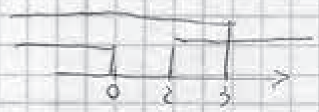
$$\sqrt{x^2-2x} > x-3$$

$x^2-2x>0$

$x<0 \vee x>2$

supponiamo

$$\begin{cases} x-3<0 \Rightarrow x<3 \\ x<0 \\ x>2 \end{cases}$$



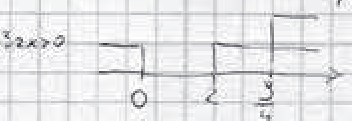
$2<x<3 \vee x<0$

supponiamo

$$\begin{cases} x-3>0 \\ x<0 \\ x>2 \\ x^2-2x>(x-3)^2 \end{cases}$$

$\cancel{x^2}-2x>\cancel{x^2}-6x+9$

$4x-9>0 \Rightarrow x>\frac{9}{4}$



$x>\frac{9}{4}$

Es. n. 5 pag 576 VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale

$\sqrt{9x^2-6x-8} < 3x+5$

$9x^2-6x-8 \geq 0$

$x \leq -\frac{2}{3}$ et $x \geq +\frac{4}{3}$

sistema

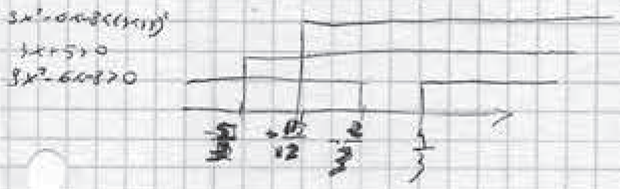
$$\begin{cases} x \leq -\frac{2}{3} \\ x \geq \frac{4}{3} \\ 3x+5 > 0 \\ 9x^2-6x-8 < (3x+5)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq -\frac{2}{3} \\ x \geq \frac{4}{3} \\ x > -\frac{5}{3} \\ 9x^2-6x-8 < (3x+5)^2 \end{cases}$$

$\cancel{9x^2}-6x-8 < \cancel{9x^2}+30x+25$

$36x+33>0$

$x > -\frac{11}{12}$



$-\frac{11}{12} < x < -\frac{2}{3}$ et $x > \frac{4}{3}$

La disequazione è risolta per

$-\frac{11}{12} < x < -\frac{2}{3}$ et $x > \frac{4}{3}$.

Es n°6 pag 576 VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale.

$$\sqrt{4x^2-4x-15} > 2x+1$$

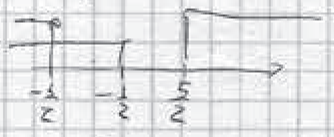
$$4x^2-4x-15 \geq 0$$

$$x \leq -\frac{3}{2} \vee x \geq \frac{5}{2}$$

supponiamo

$$\begin{cases} 2x+1<0 \\ x \leq -\frac{3}{2} \\ x \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x<-\frac{1}{2} \\ x \leq -\frac{3}{2} \\ x \geq \frac{5}{2} \end{cases}$$



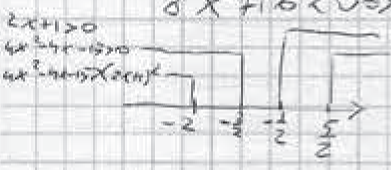
$$x \leq -\frac{3}{2}$$

supponiamo

$$\begin{cases} 2x+1 \geq 0 \Rightarrow x \geq -\frac{1}{2} \\ x \leq -\frac{3}{2} \\ x \geq \frac{5}{2} \\ 4x^2-4x-15>(2x+1)^2 \end{cases}$$

$$\cancel{4x^2}-4x-15>\cancel{4x^2}+4x+1$$

$$8x+16<0 \Rightarrow x<-2$$



$\emptyset$

La disequazione è risolta per:

$$x \leq -\frac{3}{2}.$$

Es n: 16 pag 576 VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale

$\sqrt{10+3x-x^2} > x+2$

$\begin{cases} x^2-3x-10 \leq 0 \\ x+2 < 0 \Rightarrow x<-2 \end{cases}$

$\Delta = 9+40=49$

$x = \frac{3 \pm 7}{2} \begin{matrix} -2 \\ 5 \end{matrix}$

$-2<x<5$

$x=-2$

$\begin{cases} x^2-3x-10 \leq 0 \Rightarrow \\ x+2 \geq 0 \Rightarrow x \geq -2 \\ 10+3x-x^2 > (x+2)^2 \end{cases}$

$10+3x-x^2 > x^2+4x+4$

$2x^2+x-6<0$

$x = \frac{-1 \pm 7}{4} \begin{matrix} x_1 = -2 \\ x_2 = \frac{3}{2} \end{matrix}$

$-2<x<\frac{3}{2}$

La disequazione è risolta per

$-2 \leq x < \frac{3}{2}$

Es n: 17 pag 576 VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale

$\sqrt{5-2x} < 6x-1$

$$\begin{cases} 5-2x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{5}{2} \\ 6x-1>0 \Rightarrow x > \frac{1}{6} \\ 5-2x < (6x-1)^2 \end{cases}$$

$5-2x < 36x^2-12x+1$

$36x^2-10x-4>0$

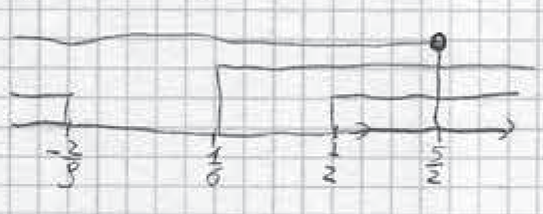
$36x^2-10x-6>0$

$\cancel{x = \frac{3 \pm \sqrt{3+38}}{}}$

$18x^2-5x-2<0$ — $18x^2-5x-2=0$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{25+144}}{36} = \frac{5 \pm 13}{36}$ $x_1 = -\frac{2}{9}$, $x_2 = \frac{1}{2}$

$x < -\frac{2}{9}$ et $x > \frac{1}{2}$



La soluzione della disequazione è:

$\frac{1}{2} < x \leq \frac{5}{2}$

Es n 18 pag 575 VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale

$x - \sqrt{25-x^2} > 7$

$\sqrt{25-x^2} < x-7$

$$\begin{cases} 25-x^2 \geq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5 \\ x-7>0 \Rightarrow x>7 \\ 25-x^2 < (x-7)^2 \end{cases}$$

$25-x^2 < x^2-14x+49$

$2x^2-14x+44>0$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{49-88}}{2}$. Poiché il Δ di questo è negativo la disequazione ~~è impossibile~~ non ha soluzioni.

Es. 21 pag 576 VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale.

$\sqrt{7+x} > 13-x$

$\begin{cases} x+7 \geq 0 \\ 13-x < 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x \geq -7 \\ x \geq 13 \end{cases}$

$x > 13$

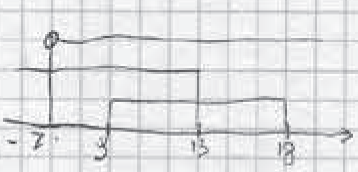
$\begin{cases} x+7 \geq 0 \Rightarrow x \geq -7 \\ 13-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 13 \\ 7+x > (13-x)^2 \end{cases}$

$7+x > x^2 - 26x + 169$

$x^2 - 27x + 162 < 0$

$x = \dfrac{27 \pm \sqrt{729-648}}{2} = \dfrac{27 \pm 18}{2} \begin{cases} x_1 = 9 \\ x_2 = 18 \end{cases}$

$9 < x < 18$



$9 < x < 13$

La disequazione è risolta per:

$x > 9$.

Es n°22 pag 576 VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale.

$\sqrt{2a(x-a)} + a > x$ con $a > 0$

$\sqrt{2a(x-a)} > x - a$

$$\begin{cases} 2a(x-a) \geq 0 \Rightarrow x \geq a \\ x - a < 0 \Rightarrow x < a \end{cases}$$

$x = a$

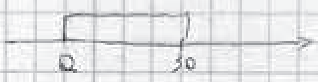
$$\begin{cases} 2a(x-a) \geq 0 \Rightarrow x \geq a \\ x - a \geq 0 \Rightarrow x \geq a \\ 2a(x-a) > (x-a)^2 \end{cases}$$

$2ax - 2a^2 > x^2 - 2ax + a^2$

$x^2 - 4ax + 3a^2 < 0$

$x = 2a \pm \sqrt{4a^2 - 3a^2} = 2a \pm a < \begin{matrix} x_1 = a \\ x_2 = 3a \end{matrix}$

$a < x < 3a$



La disequazione è risolta per:

$a < x < 3a$

Es n°25 pag 576 VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale.

$\sqrt{25 - x^2} > 7 - x$

$$\begin{cases} 25 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5 \\ 7 - x < 0 \Rightarrow x > 7 \end{cases}$$

$\emptyset$

$$\begin{cases} 25 - x^2 \geq 0 \Rightarrow -5 \leq x \leq 5 \\ 7 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 7 \\ 25 - x^2 > (7 - x)^2 \end{cases}$$

$25 - x^2 \geq 49 - 14x + x^2$

$2x^2 - 14x + 24 \leq 0$

$x = \frac{7 \pm \sqrt{49-48}}{2} = \frac{7 \pm 1}{2} < \begin{matrix} x_1 = 3 \\ x_2 = 4 \end{matrix}$

$3 < x < 4$

La disequazione è risolta per:

$3 < x < 4$

<u>Es n° 40 pag 577</u> VII Risolvere la seguente disequazione irrazionale.

$\sqrt{10x^2 + x^4} \geq x^2 + 4x$

$\begin{cases} 10x^2 + x^4 > 0 \ \forall x \\ x^2 + 4 < 0 \Rightarrow -4 < x < 0 \end{cases}$

$-4 < x \leq 0$

$\begin{cases} x^2 + 4x > 0 \Rightarrow x < -4 \text{ or } x > 0 \\ 10x^2 + x^4 \geq (x^2 + 4x)^2 \end{cases}$

$10x^2 + \cancel{x^4} \geq \cancel{x^4} + 8x^3 + 16x^2$

$8x^3 + 6x^2 \leq 0$

$x \neq 0$ (così posso dividere per x^2)

$8x + 6 \leq 0$

$x \leq -\frac{3}{4}$

$-4 < x < -\frac{3}{4}$

La disequazione è risolta per:

$-4 < x < -\frac{3}{4}$

Esercizio

$x^2 - 6x + 5 < 0$ $\quad \Delta = 9 - 5 = 4$

$x^2 - 6x + 5 = 0$

$x_1 = 1$

$x_2 = 5$

$1 < x < 5$

Esercizio: Risolvere la seguente disequazione irrazionale

$\sqrt{2x-2} > x - 1$

$\begin{cases} 2x - 2 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ x - 1 < 0 \Rightarrow x < 1 \end{cases}$

$\emptyset$

$\begin{cases} 2x - 2 > 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ x - 1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ 2x - 2 > (x-1)^2 \end{cases}$

$2x - 2 > x^2 - 2x + 1$

$x^2 - 4x + 3 < 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

$x = 2 \pm \sqrt{4-3} = 2 \pm 1 \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 3 \end{cases}$

$1 < x < 3$

La disequazione è risolta per:

$1 < x < 3$

Esercizio: Risolvere la seguente disequazione irrazionale

$\sqrt{x-3} < x - 3$

$\begin{cases} x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3 \\ x - 3 > 0 \Rightarrow x > 3 \\ x - 3 < (x-3)^2 \end{cases}$

$x - 3 < x^2 - 6x + 3$

$x^2 - 7x - 6 > 0$

$x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49+24}}{2} = \dfrac{7 \pm \sqrt{73}}{2} \begin{cases} x_1 = \frac{7-\sqrt{73}}{2} \\ x_2 = \frac{7+\sqrt{73}}{2} \end{cases}$ $\quad x < \frac{7-\sqrt{73}}{2}$ $\quad x > \frac{7+\sqrt{73}}{2}$

La disequazione è risolta per:

$x > \dfrac{7+\sqrt{73}}{2}$

Matematica lezione:

I Volume Ferrauto:

- pag 203 es n: 2152 - 2159 - 263 - 264 / • pag 211 es n: 2325 - 2326 - 329 / • pag 216 es n: 2459 - 2466 - 2470

- pag 259 es n: 3101 - 3106 - 3114.
- pag 259 es n: 3126.
- pag 261 es n: 3141 - 3149.

(16)

II Volume Ferrauto:

- pag 195 es n: 190 - 191.
- pag 231 es n: 896 - 900.
- pag 237 es n: 1038 - 1039.
- pag 239 es n: 1067 - 1069.
- pag 251 es n: 1301 - 1313 - 1317 - 1327.

pag 324 es n: 2397 - 2419.

(14)

Volume Zwirner:

pag 589 es n: 44 - 45 - 68 - [illegible] - 59 - 62.

[illegible]

prima dei problemi fare

- pag 587 es n: 27 - 29.

(7)

Totale:

37 esercizi.